УДК 004.82.855'24

Олецький О. В.
https://orcid.org/0000-0002-0553-5915

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ УХВАЛЕННЯ РІШЕНЬ У БАГАТОАГЕНТНОМУ СЕРЕДОВИЩІ НА ОСНОВІ МАРКОВСЬКОГО ПРОЦЕСУ ЗМІНИ ЙМОВІРНОСТЕЙ ВИБОРУ

Розглянуто підхід до моделювання процесу ухвалення рішень колективом, що складається з багатьох агентів, якщо застосовується голосування агентів на основі правила простої більшості. Введено деякий набір станів, які пов'язуються з ймовірностями того, що агент проголосує за певний варіант, та розглянуто марковський ланцюг зміни цих імовірностей. Для випадку двох варіантів вибору наведено умови, за яких у стаціонарному режимі вибір варіантів здійснюється з однаковими ймовірностями (однорідність агентів, симетричність станів, симетричність матриці перехідних імовірностей). Задачу вибору варіантів проілюстровано на прикладі поведінки виборців, які можуть голосувати за ті чи ті політичні партії. Обговорено також обернену задачу: за заданим стаціонарним розподілом визначити перехідні ймовірності, які можуть призвести до такого розподілу.

Ключові слова: агентно-базоване моделювання, багатоагентне середовище, ухвалення рішень, марковський процес.

Вступ

Процес ухвалення рішень великим колективом агентів з теоретичного погляду має багато спільного з аналогічним вибором для одного агента, але між ними є низка істотних відмінностей. Одна з них полягає в такому: якщо окремий агент здійснює вибір між кількома варіантами з певними ймовірностями, то цей вибір матиме випадковий характер. Якщо ж таких агентів достатньо багато, то результат колективного вибору може стати практично детермінованим. Далі, якщо розглядається задача навчання багатоагентної системи, застосування simulated annealing та інших методик стохастичного пошуку шляхів виходу з локального оптимуму [1; 3 та ін.] з огляду на згаданий фактор теж стає проблематичним. Але при цьому можна досліджувати та моделювати фактори, які впливають на вибір окремого агента або групи агентів, а також фактори, які можуть змінити уподобання агента, і рішення, які ухвалює колектив агентів.

Розглянемо задачу вибору варіантів на прикладі поведінки виборців, які можуть голосувати за ті чи ті політичні партії. Для простоти будемо вважати, що є лише дві партії, але методика аналізу може бути поширена на більш загальний випадок.

Нехай є n виборців і дві партії (два варіанти вибору) – A та B. Вважаємо, що кожен виборець повинен проголосувати (він не може ухилитися від вибору) і що рішення ухвалюється простою більшістю голосів. Для простоти (і практично не звужуючи загальності) будемо вважати, що n є непарним числом.

Ми розглядаємо однорідне середовище, в якому кожний виборець може проголосувати за партією A з імовірністю $P(A) = p$ та за партію B з імовірністю $P(B) = 1\text{-}P(A) = (1\text{-}p)$. Будемо говорити, що якщо $p>q$, то перевагу має варіант A, якщо $p<q$ – варіант B, а якщо $p=q$, то переваги не має жоден із варіантів.

Із закону великих чисел безпосередньо випливає, що при достатньо великому n та в однорідному середовищі навіть невеликої переваги одного варіанта над іншим достатньо, щоб забезпечити постійну перемогу цього варіанта. Уявімо собі, що $p>q$, але варіант B є об'єктивно кращим за A. Якби варіант B міг бути реально обраним, переваги агентів і, відповідно, співвідношення ймовірностей могло б змінитися, але наведене вище твердження фактично означає, що при достатньо великому n ймовірність вибору варіанта B є дуже близькою до нульової (хоча й не дорівнює нулю). Якщо варіант B за таких умов усе-таки трапляється, це стає винятковою несподіванкою («чорним лебедем»). Цей приклад ілюструє вже згадану органічну проблему ухвалення рішень у великому однорідному колективі – за таких умов колектив практично не може відхилитися від усталеного вибору, до якого схильна більшість – навіть незважаючи на те, що є підстави говорити про те, щоб спробувати інший варіант.

У зв'язку з цим становить інтерес питання: за яких умов співвідношення варіантів може змінитися? У цій статті це питання досліджено з суто математичного погляду – на основі побудови моделі, яка описує можливі зміни в уподобаннях агентів (виборців). У рамках цієї моделі зміна уподобань полягає в зміні ймовірностей, з якими вони ухвалюють те чи те рішення.

Відома низка підходів, які дають змогу описати процес зміни ймовірності ухвалення рішень [1; 2 та ін.], але вони мають досить евристичний характер. Водночас видається доцільним аналітично дослідити властивості цього процесу; в межах цієї роботи для цього застосовано апарат теорії марковських ланцюгів.

Основний зміст роботи

Введемо до розгляду множину станів $S=\{s_1,\ldots,s_r\}$. Ці стани пов'язуються з імовірністю вибору: якщо агент перебуває в стані s_i, він голосує за варіант *A* з імовірністю $z_i = P(A\,|\,s_i)$. При цьому всі ці ймовірності різні, тобто $\forall i \neq k\ z_i \neq z_k$. Вважаємо, що множина *S* має бути упорядкованою, тобто $\forall i < k\ z_i < z_k$. У деякому наближенні ймовірності z_i можна пов'язати з мірами упевненості агента в правильності вибору. Ці міри впевненості можуть змінюватися, і тоді природно говорити про можливі переходи між станами.

Отже, ми маємо деякий марковський ланцюг. Нехай задано перехідні ймовірності $\neq_{ij}$, які означають імовірність того, що агент, який перебуває в стані s_i, на наступному кроці перейде до стану s_j. Тоді за певних умов можна розрахувати стаціонарні ймовірності $P(s_i)$ того, що агент у певний момент часу перебуватиме в стані s_i. Позначимо $P(s_i)$ як p_i.

Тоді ймовірність того, що агент проголосує за варіант *A*, дорівнює (за правилом повної ймовірності)

$$P(A)=\sum_{i=1}^{r} P(s_i)\cdot P(A\,|\,s_i)=\sum_{i=1}^{r} p_i z_i\,. \quad (1)$$

Зрозуміло, що поведінка як окремого агента, так і всієї багатоагентної системи в цілому значною мірою залежить від того, яким чином задано стани s_i та перехідні ймовірності $\neq_{ij}$. Зокрема, як найпростіший випадок можна розглянути такий: агент із рівними ймовірностями γ переходить до одного з сусідніх станів; якщо ж він уже перебуває в крайньому стані, він з імовірністю γ залишається в цьому ж стані та з імовірністю γ переходить до сусіднього стану. Тоді можна показати, що

$$\forall i\ P(s_i)=\frac{1}{r}\,. \quad (2)$$

Але формула (2) залишається істинною і в більш загальному випадку. Можна довести таке

Твердження 1. Якщо матриця перехідних імовірностей симетрична, то виконується співвідношення (2), і

$$P(A)=\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} z_i \quad (3)$$

Дійсно, якщо стохастична матриця перехідних імовірностей симетрична, вона водночас є подвійно-стохастичною, і співвідношення (2) безпосередньо випливає з властивостей подвійно-стохастичних матриць [4].

Визначення. Упорядковану систему станів *S* будемо називати симетричною, якщо

$$\forall k\ z_k = 1 - z_{r-k+1}\,.$$

Змістово симетричність станів означає, що якщо в стані s_k агент голосує за *A* з певною ймовірністю, то в симетричному стані s_{r-k+1} він буде з тією ж імовірністю голосувати за *B*.

Тоді справедливе

Твердження 2. Якщо система станів $S=\{s_1,\ldots,s_r\}$ є упорядкованою та симетричною, а матриця перехідних імовірностей також є симетричною, то *P(A)=P(B)=1/2*.

Доведення

Будемо використовувати формулу (3).

Розглянемо два випадки:

– *r* є парним;

– *r* є непарним.

Для парного *r*:

$$P(A)=\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} z_i=\frac{1}{r}\Big(\sum_{i=1}^{r/2} z_i+\sum_{i=r/2+1}^{r} z_i\Big)=$$

$$=\frac{1}{r}\Big(\sum_{i=1}^{r/2} z_i+\sum_{i=1}^{r/2}(1-z_i)\Big)=\frac{1}{r}\Big(\sum_{i=1}^{r/2} z_i+\frac{r}{2}-\sum_{i=1}^{r/2} z_i\Big)=\frac{1}{2}$$

Для непарного *r*:

$$P(A)=\frac{1}{r}\Big(\sum_{i=1}^{(r-1)/2} z_i+\frac{1}{2}+\sum_{i=1}^{(r-1)/2}(1-z_i)\Big)=\frac{1}{r}\Big(\frac{1}{2}+\frac{r-1}{2}\Big)=\frac{1}{2}$$

Твердження доведено.

Твердження 2 певною мірою ілюструє умови, які в рамках наведеної моделі забезпечують формування усталеної двопартійної системи, за якої більшість виборців по черзі голосує то за одну партію, то за іншу.

Для прикладу, що розглядається, може становити інтерес деяка обернена задача: за відомим стаціонарним розподілом $p = (p_1, ..., p_r)$ отримати матрицю перехідних імовірностей зі стаціонарним розподілом *p*. Для марковських ланцюгів усі матриці перехідних імовірностей розміру $r \times r$, які мають стаціонарний вектор розподілу ймовірностей $p=\{p_1,...,p_r\}$, можна охарактеризувати таким чином: вони повинні задовольняти систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} p\Pi &= p, \\ \Pi e &= e, \end{aligned} \tag{4}$$

у якій елементи матриці Π є невідомими змінними; вектор $e=\{1, 1, ..., 1\}$ – одиничний вектор. У системі (1) перша група рівнянь означає, по суті, те, що *p* повинен бути головним лівим власним вектором матриці Π, який відповідає власному значенню 1, а друга група – що сума елементів кожного рядка повинна дорівнювати 1. До цього треба додати вимогу невід'ємності матриці Π, тобто всі її елементи повинні бути не менші за 0.

Система (4) є завідомо сумісною, оскільки її очевидний та тривіальний розв'язок утворює вектор, що складається з елементів матриці Π, кожний рядок якої збігається з вектором *p*. Становить інтерес задача знаходження інших можливих розв'язків системи (4).

Висновки та обговорення

У роботі наведено модель на основі марковських ланцюгів, яка описує вибір варіанта колективом агентів та можливий механізм зміни ймовірності вибору, але ця модель є дуже базовою і простою. Вона може бути узагальнена на випадок більшої кількості варіантів вибору. Але в цьому випадку замість поняття симетричності, наведеного в статті, треба розглядати інші аналогічні поняття.

Розглянуто систему станів, яка, по суті, характеризує міру впевненості агентів у правильності того чи того вибору, але вони жорстко пов'язуються із ймовірностями вибору. Більшої гнучкості можна досягти, якщо здійснити певне розділення: характеризувати стани нечіткими мірами впевненості β_i, а ймовірності вибору задавати як деякі функції від цих нечітких мір.

У статті розглянуто простий випадок однорідного колективу. Безумовно, цікавою є ситуація, коли в колективі агентів можна виокремити певні групи з різними характеристиками, а також коли одні агенти можуть певним чином впливати на інших, тобто коли утворюються певні мережі впливу.

Нарешті, видається перспективним врахування того, наскільки агенти задоволені своїм вибором. Тоді слід застосовувати методики навчання з підкріпленням, зокрема на основі марковських процесів ухвалення рішень [1; 2]. Усе це має стати предметом подальших досліджень.

Список використаної літератури

1. Николенко С. И. Самообучающиеся системы / С. И. Николенко, А. Л. Тулупьев. – Москва : МЦНМО, 2009. – 288 с.
2. Рассел С. Искусственный интеллект: современный подход / С. Рассел, П. Норвиг. – Москва : Изд. дом «Вильямс», 2006. – 1408 с.
3. Сергиенко И. В. Задачи дискретной оптимизации. Проблемы, методы решения, исследования / И. В. Сергиенко, В. П. Шило. – Киев : Наук. думка, 2003. – 262 с.
4. Хорн Р. Матричный анализ / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – Москва : Мир, 1989. – 655 с.

Oleksiy Oletsky

AN APPROACH TO MODELLING DECISION MAKING IN A MULTI-AGENT ENVIRONMENT BASED ON A MARKOV CHAIN OF CHANGING PROBABILITIES OF CHOICES

The paper regards an approach to modelling a decision making process in the multi-agent environment under the condition of voting by simple majority. This approach considers a Markov chain addressing to describe changes of probabilities of how the agents vote. A system of states related to probabilities of choices is introduced. This means that an agent being in a certain state votes with the given probability which is a given function of the state. A Markov chain for modelling changing of these probabilities is specified and its main features are investigated. We consider the described multi-agent environment to be homogenous, which means that all the agents are totally inter-changeable with respect to their sets of states and to the transitions between states. It can be shown that the result of voting by majority is very sensitive to these individual probabilities. For the case when there are two options of choice, conditions providing that the choice in the stationary mode is made with equal probabilities are established. The obtained conditions are the following: homogeneity of agents, symmetry of states, and symmetry of transitional probabilities. For more than two alternative choices, some similar approaches can be easily developed. The problem of choice is illustrated by an example of voting for political parties; to a certain extent this model can explain how the bi-partial political system could be established and be sustainable. The reverse task of restoring transitional probabilities by the given stationary ones is also considered. Such a task might appear if some supervisory board needs to control the behaviour of the multi-agent system and to affect this behaviour, an approach on the base of solving a certain system of linear algebraic equations is proposed. This system must have a solution, and the constructive procedure of getting it is shown. But this solution is not likely to be unique. Some possibilities of involving fuzzy sets of states, clustering of agents, and enriching the model by reinforcement learning based on Markov processes of making decisions have been discussed; these possibilities should be the issues for further investigations.

Keywords: agent-based modelling, multi-agent environment, decision making, Markov chain.

Матеріал надійшов 10.04.2018