УДК 004.82.855’24
DOI: 10.18523/2617-3808.2019.2.4-9

Олецький О. В.

ПРО ДЕЯКІ НЕОБХІДНІ ТА ДОСТАТНІ УМОВИ РІВНОЙМОВІРНОГО ВИБОРУ АЛЬТЕРНАТИВ У РАМКАХ МАРКОВСЬКОГО ЛАНЦЮГА ЗМІНИ ЙМОВІРНОСТЕЙ ВИБОРУ

Задача вибору інтелектуальним агентом певної дії з деякої множини альтернатив розглядається з погляду деякого марковського ланцюга, стани якого відповідають розподілам імовірностей вибору. Відповідно до цього множина станів характеризується матрицею, яку названо матрицею «стан-вибір дії». Оскільки сума елементів кожного рядка дорівнює 1, але кількість стовпчиків може не дорівнювати кількості рядків, подібні матриці за аналогією зі стохастичними матрицями можна охарактеризувати як прямокутні стохастичні.

У цьому контексті важливе значення мають збалансовані прямокутні стохастичні матриці, суми елементів кожного стовпчика яких рівні між собою. Показано деякі властивості таких матриць. Доведено, що якщо матриця «стан-вибір дії» є збалансованою, а перехідна матриця марковського ланцюга є подвійно-стохастичною, то агент вибирає варіанти з рівними ймовірностями. За умови певних додаткових припущень доведено й зворотне твердження.

Наведено деякі алгоритми генерації збалансованих прямокутних стохастичних матриць, а також результати одного з ілюстративних комп’ютерних експериментів.

Ключові слова: інтелектуальний агент, марковський ланцюг, задача вибору, прямокутна стохастична матриця, рівноймовірний вибір, парні порівняння.

Значну частину задач ранжування і вибору альтернатив і прийняття рішень, зокрема інтелектуальними агентами, можна описати в рамках концепції «стан-вибір дії». Агент вибирає дію залежно від поточного стану і залежно від результатів переходить до іншого стану та змінює свою поведінку.

На досить загальному рівні можна виділити такі компоненти формалізованої моделі зазначеного процесу:

– множина станів S;

– множина можливих дій A;

– алгоритм вибору дії;

– функція, яка задає ймовірність переходу між станами за умови обрання тієї чи іншої дії (в теорії марковських процесів прийняття рішень цю функцію називають моделлю переходів [2; 6]);

– функція винагороди агента за здійснену дію (можливо, випадкова);

– алгоритм навчання – зокрема зміни вибору дії.

Сьогодні існує значна кількість результатів як у напрямі власне теорії прийняття рішень та дослідження операцій, так і в напрямі аналізу поведінки інтелектуальних агентів. Серед можливих підходів до дослідження поведінки агентів на основі аналізу можливих переходів між станами можна згадати марковські процеси прийняття рішень [2; 6], алгебраїчну теорію взаємодії агента з середовищем [1] та ін. Тим не менше, є потреба в подальшій систематизації цих результатів, а також у глибшому дослідженні окремих компонентів та зв’язків між ними.

Ймовірнісна модель «стан-вибір дії»

У рамках цієї роботи будемо пов’язувати стани з ймовірностями вибору певної дії. Більш формально, нехай ми маємо множину можливих дій $A = \{a_1, ..., a_n\}$. Агент може вибрати i-у альтернативу з певною ймовірністю. Але ці ймовірності можуть змінюватися; цю зміну ймовірностей моделюватимемо на основі деякого марковського ланцюга.

Розглянемо множину станів $S = \{s_1, ..., s_m\}$, кожний стан характеризується певним розподілом ймовірностей вибору (одразу слід зауважити, що ця множина не є фіксованою та при її формуванні існує значний ступінь свободи). Таким чином, маємо матрицю $Z = (z_{ij}, i = 1, ..., m; j = \overline{1, n})$, де z_{ij} – ймовірність того, що агент, який перебуває у стані s_i, вибере альтернативу a_j. Будемо називати таку матрицю матрицею ймовірностей «стан-вибір дії».

Зміни ймовірностей вибору моделюються переходами між станами. Будемо розглядати матрицю перехідних ймовірностей $\Pi = (\pi_{ij}; i, j = 1,...,m)$, де π_{ij} – ймовірність того, що агент, який перебуває в стані s_i, в наступний момент часу перейде до стану s_j.

Таким чином, формується випадковий процес, який ми називатимемо марковським ланцюгом зміни ймовірностей вибору. З теорії марковських процесів добре відомо, що за певних умов існує стаціонарний розподіл $p = (p_1, ..., p_m)$, де p_i – стаціонарна ймовірність того, що агент перебуватиме в стані s_j. При цьому вектор p є головним лівим власним вектором матриці Π, тобто розв'язком системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$p\Pi = p$$

таким, що

$$\sum_{i=1}^{m} p_i = 1;$$
$$\forall i = 1,...,m\ p_i \geq 0\,.$$

Тоді ймовірність того, що агент вибере дію a_j, за формулою повної ймовірності дорівнює

$$P(A_j) = \sum_{i=1}^{m} P(s_i) \cdot P(A_j \mid s_i) = \sum_{i=1}^{m} z_{ij} p_i\,. \qquad (1)$$

Отже, модель поведінки агента, що описується у статті, задається четвіркою $< S, A, Z, \Pi >$ або за певних умов – четвіркою $< S, A, Z, p >$. Тут S – множина станів; A – множина варіантів дій; Z – ймовірнісна матриця «стан-вибір дії»; елементи цієї матриці задають ймовірності вибору тієї чи тієї дії за умови, що агент перебуває в певному стані; Π – матриця перехідних імовірностей переходів між станами; p – вектор, координати якого відповідають імовірностям перебування агента в тому чи тому стані.

По суті в [5] розглядався частковий випадок цієї моделі з двома варіантами вибору ($n=2$); тут деякі твердження, доведені в [5], буде розширено на більш загальний випадок. Зокрема, буде сформульовано необхідні та достатні умови того, що в рамках моделі, що описується, вибір будь-якого варіанта буде здійснюватися з однаковими ймовірностями. З цією метою здійснюється аналіз певного класу матриць, які можна розглядати як деяке узагальнення стохастичних матриць.

Збалансовані прямокутні стохастичні матриці

Стохастичною називають матрицю, всі елементи якої невід'ємні, а сума елементів кожного рядка дорівнює 1. Найчастіше розглядають квадратні стохастичні матриці, які часто пов'язують із перехідними ймовірностями деякого марковського ланцюга. Але кожний рядок ймовірнісної матриці «стан-вибір дії» є розподілом ймовірностей між подіями з повної групи подій; зокрема сума елементів кожного рядка дорівнює 1. З іншого боку, кількість рядків, очевидно, може не дорівнювати кількості альтернатив. Тому ймовірнісна матриця «стан-вибір дії», хоч і не є квадратною, але за аналогією з квадратними стохастичними матрицями може бути охарактеризована як прямокутна стохастична. Зважаючи на все, систематичний аналіз властивостей прямокутних стохастичних матриць досі майже не проводився.

Для нашого дослідження варто розглянути підклас прямокутних стохастичних матриць, який ми називатимемо збалансованими прямокутними стохастичними матрицями.

Визначення. Будемо називати прямокутну стохастичну матрицю $A = (a_{ij}), i = 1,...,m, j = 1,...,n$ збалансованою, якщо для всіх її стовпців суми елементів дорівнюють одна одній, тобто виконується властивість

$$\forall k, l \sum_{i=1}^{m} a_{ik} = \sum_{i=1}^{m} a_{il}. \qquad (2)$$

Співвідношення (2) може бути очевидним чином уточнено. Справді, має місце

Твердження 1. Сума елементів кожного стовпця збалансованої прямокутної стохастичної матриці дорівнює $\frac{m}{n}$.

Доведення. Оскільки матриця є стохастичною, сума елементів кожного рядка дорівнює 1, і відповідно сума всіх елементів матриці дорівнює m. Оскільки для збалансованої матриці суми елементів усіх стовпців рівні між собою, то сума елементів кожного стовпчика дорівнює $\frac{m}{n}$. Твердження доведено.

Збалансовану прямокутну стохастичну матрицю «стан-вибір дії» можна розглядати як деяке узагальнення симетричної системи станів, введеної в [5]; там розглядався вибір із двох альтернатив ($n=2$). Більш загально, в цьому контексті поняття збалансованості слід змістовно інтерпретувати як засіб досягнення «анонімності» альтернатив у тому розумінні, що належним чином введена система станів не має відрізняти одну альтернативу від іншої.

Зазначимо також, що важливий підклас збалансованих стохастичних прямокутних матриць утворюють подвійно-стохастичні матриці, тобто квадратні стохастичні матриці розміром $n \times n$, сума кожного стовпця якої дорівнює $1=n/n$.

Тепер ми можемо в рамках введеної моделі $< S, A, Z, p >$ сформулювати деякі достатні умови того, що агент здійснюватиме рівноймовірний вибір, тобто вибиратиме будь-яку альтернативу з однаковими ймовірностями.

Достатні умови рівноймовірного вибору в рамках моделі «стан-вибір дії»

Теорема 1. Якщо прямокутна стохастична матриця «стан-вибір дії» Z в рамках моделі $< S, A, Z, \Pi >$ є збалансованою, а матриця перехідних ймовірностей Π є подвійно-стохастичною, то ймовірності вибору кожної з альтернатив рівні між собою та дорівнюють *1/n*.

Доведення. За відомою властивістю подвійно-стохастичних матриць головний лівий власний вектор такої матриці дорівнює *(1,...,1)* [7], і тому стаціонарна ймовірність перебування в кожному стані дорівнює *1/m*. Беручи до уваги (1), маємо

$$P(A_j) = \sum_{i=1}^{m} P(s_i) \cdot P(A_j \mid s_i) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} z_{ij} = \frac{1}{m} \cdot \frac{m}{n} = \frac{1}{n}.$$

Теорему доведено.

Необхідні умови

За певних додаткових припущень збалансованість матриці «стан-вибір дії» стає не тільки достатньою, а й необхідною умовою рівноймовірного вибору альтернатив. Справедливою є така

Теорема 2. У моделі $< S, A, Z, p >$ за умови рівноймовірності станів із множини S ймовірності вибору всіх альтернатив із множини A рівні між собою тільки в тому випадку, якщо матриця Z – збалансована стохастична прямокутна матриця.

Доведення. За умовою, оскільки альтернативи рівноймовірні, маємо

$$\sum_{i=1}^{m} z_{ij} p_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} z_{ij} = \frac{1}{n}.$$

Звідси

$$\sum_{i=1}^{m} z_{ij} = \frac{m}{n},$$

що своєю чергою означає, що матриця Z є збалансованою.

Деякі методи генерації збалансованих прямокутних стохастичних матриць

Для цілей моделювання корисно мати можливість явно генерувати збалансовані стохастичні прямокутні матриці. Нижче описано деякі методи.

Збалансовані стохастичні прямокутні матриці розміру (m × 2)

Для побудови збалансованих стохастичних матриць розміром (*n* × 2) можна запропонувати такий алгоритм.

1. Задаємо набір коефіцієнтів $(\tau_1, ..., \tau_m)$ таких, що

$$\sum_{i=1}^{m} \tau_i = \frac{m}{2}.$$

2. Формуємо шукану матрицю A:

$$\forall i = 1,..,m\; a_{i1} = \tau_i, a_{i2} = 1 - \tau_i.$$

Саме цю методику фактично було застосовано в [5].

Алгоритм на основі генерації перестановок

Цей спосіб дає змогу отримати збалансовану прямокутну стохастичну матрицю, яка має *n* стовпців та *n!* рядків.

1. Задаємо базовий набір $\Gamma = (\gamma_1, ..., \gamma_n)$ такий, що

$$\sum_{i=1}^{n} \gamma_i = 1$$

2. Генеруємо всі перестановки елементів з набору Г.

3. Кожна перестановка формує один рядок шуканої матриці A.

Справді, отримана матриця є прямокутною стохастичною за побудовою. Її збалансованість випливає з того, що кожний елемент набору потрапить до будь-якого стовпця однакову кількість *(n-1)!* разів, і сума елементів кожного стовпця дорівнюватиме $(n-1)! = n!/n$.

Опукла комбінація збалансованих стохастичних прямокутних матриць

Якщо є відомий набір збалансованих стохастичних прямокутних матриць, на його основі можна породжувати інші. Справедливою є така

Теорема 3. Нехай $X = \{x_{ij}, i = 1,...,m, j = 1,...,n\}$ та $Y = \{y_{ij}, i = 1,...,m, j = 1,...,n\}$ – збалансовані стохастичні прямокутні $m \times n$ матриці. Тоді будь-яка їхня опукла комбінація $Z = \{z_{ij}, i = 1,...,m, j = 1,...,n\}$ теж буде збалансованою стохастичною прямокутною $m \times n$ матрицею.

Доведення. Нехай $Z = \alpha X + (1-\alpha)Y,\ \alpha \geq 0$. Тоді

$$\forall j : \sum_{i=1}^{m} z_{ij} = \sum_{i=1}^{m} \alpha x_{ij} + (1-\alpha) y_{ij} = \alpha \cdot \sum_{i=1}^{m} x_{ij} + (1-\alpha) \sum_{i=1}^{m} y_{ij} = \\ = \alpha \cdot \frac{m}{n} + (1-\alpha)\frac{m}{n} = \frac{m}{n},$$

що й треба було довести.

Алгоритм утворення нових збалансованих стохастичних прямокутних матриць безпосередньо задається наслідком із цієї теореми.

Наслідок. Нехай $\{X_1, ..., X_q\}$ – набір збалансованих стохастичних прямокутних $m \times n$–матриць. Тоді матриця

$\sum_{i=1}^{q}\alpha_i X_i,\ \alpha_i \ge 0, \sum_{i=1}^{q}\alpha_i = 1$ – збалансована стохастична прямокутна $m \times n-$ матриця.

Приклад експерименту з переходом до незбалансованої матриці

Ймовірності вибору альтернатив і відповідно матриця «стан-вибір дії» можуть бути отримані в різний спосіб. Один із можливих підходів залучає до розгляду парні порівняння між альтернативами за методикою Сааті [8].

Нехай маємо три альтернативи: *A*, *B* і *C*. Пов'яжемо стани з можливими упорядкуваннями альтернатив відповідно до деякого відношення переваг, у результаті утвориться *3! = 6* станів:

$$\begin{aligned}&1) A \succ B \succ C\\&2) A \succ C \succ B\\&3) B \succ A \succ C\\&4) B \succ C \succ A\\&5) C \succ A \succ B\\&6) C \succ B \succ A.\end{aligned}$$

Ми не розглядаємо можливість рівноцінності альтернатив, а також нетранзитивності відношення переваг між альтернативами.

Для кожного стану побудуємо матрицю попарних порівнянь. Вважаємо, що всі переваги є суттєві; відповідно до стандартної шкали візьмемо коефіцієнт 5.

Для першого стану ($A \succ B \succ C$) отримуємо таку матрицю парних порівнянь:

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 1/5 & 1 & 5 \\ 1/5 & 1/5 & 1 \end{pmatrix}$$

і відповідний рядок матриці «стан-вибір дії»:

```
0,68542  0,23441  0,08017).
```

Очевидно, для інших станів результати будуть аналогічними.

Тоді матриця «стан-вибір дії» матиме вигляд:

$$\begin{pmatrix} 0.68542 & 0.23441 & 0.08017 \\ 0.68542 & 0.08017 & 0.23441 \\ 0.23441 & 0.68542 & 0.08017 \\ 0.23441 & 0.08017 & 0.68542 \\ 0.08017 & 0.68542 & 0.23441 \\ 0.08017 & 0.23441 & 0.68542 \end{pmatrix}.$$

Ця матриця є прямокутною стохастичною, і вона, очевидно, є збалансованою. Справді, кожний компонент деякого базового вектора зазначений у кожному стовпчику двічі, і сума елементів кожного стовпчика повинна дорівнювати 2. Безумовно, це було підтверджено експериментальним розрахунком.

Для цього прикладу ми можемо навіть опустити етап отримання матриці перехідних ймовірностей і одразу прийняти, що агент може перебувати в будь-якому стані з ймовірністю *1/6*.

Тоді отримуємо ймовірності вибору альтернатив

```
0,33333  0,33333  0,33333
```

у повній відповідності до доведеної вище теореми 1.

Тепер трошки змінимо умови. А саме: нехай у стані 1 коефіцієнт переваги варіанта *A* над варіантом *B* дорівнюватиме не 5, а 3.

Тоді для стану 1 матриця парних порівнянь матиме вигляд

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1/3 & 1 & 3 \\ 1/5 & 1/5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тепер матриця «стан-вибір дії» стає незбалансованою. Вона дорівнює

$$\begin{pmatrix} 0.61750 & 0.29687 & 0.08563 \\ 0.68542 & 0.08017 & 0.23441 \\ 0.23441 & 0.68542 & 0.08017 \\ 0.23441 & 0.08017 & 0.68542 \\ 0.08017 & 0.68542 & 0.23441 \\ 0.08017 & 0.23441 & 0.68542 \end{pmatrix}.$$

Вектор ймовірності вибору набуває вигляду

```
0,32201  0,34374  0,33424.
```

Отже, найбільші шанси бути обраним тепер має варіант *B*, а найменші – варіант *A*. Сама по собі ця перевага є досить незначною, але, якщо рішення приймається голосуванням достатньо великої кількості однотипних агентів, може стати досить суттєвою.

Висновки та обговорення

У роботі проаналізовано модель вибору альтернатив на основі марковського ланцюга зміни ймовірностей. У рамках цієї моделі для кожного стану мають бути задані ймовірності вибору кожної дії; мають бути постульовані також ймовірності переходів між станами. Стани описано на основі матриць, які охарактеризовані як прямокутні стохастичні матриці «стан-вибір дії» подібно до їхніх квадратних аналогів. Розглянуто важливий частковий випадок таких матриць – збалансовані матриці, для яких суми елементів кожного стовпчика рівні між собою. Зокрема, частковим випадком таких матриць є квадратні подвійно-стохастичні матриці.

Наведені міркування слід вважати узагальненням випадку, описаного в [5], де розглядався вибір між двома альтернативами.

Доведено деякі необхідні та достатні умови рівноймовірного вибору альтернатив у рамках описаної моделі. Зокрема, якщо матриця «стан-вибір дії» є збалансованою прямокутною стохастичною матрицею, а матриця перехідних імовірностей є подвійно-стохастичною, то вибір альтернатив здійснюється з однаковими ймовірностями. За деяких додаткових умов справедливим є і зворотне твердження, а саме: якщо альтернативи та стани є рівноймовірними, то матриця «стан-вибір дії» має бути збалансованою.

Власне матрицю «стан-вибір дії» можна формувати в різний спосіб. Зокрема, в роботі описано експеримент, в якому ця матриця отримується на основі парних порівнянь. Можна також розглядати підходи на основі нечіткої логіки.

Якщо все-таки пробувати задавати ймовірності вибору варіантів безпосередньо, вибір множини станів стає дуже неоднозначним питанням, і, можливо, слід виділяти деякі групи станів на основі деяких мір близькості. Тут може виявитися доцільним застосовувати методики параметризації неперервних функцій, зокрема на основі інтегрального перетворення Карунена–Лоева [3; 4]. Мова може йти, зокрема, про скорочення кількості станів на основі цієї методики. Все це має стати предметом подальших досліджень.

Наведено деякі алгоритми генерації збалансованих стохастичних прямокутних матриць, зокрема на основі генерації перестановок елементів деякого вектора. Доведено, що будь-яка опукла комбінація деякої кількості збалансованих прямокутних стохастичних матриць сама є збалансованою прямокутною стохастичною матрицею.

Загалом кажучи, при зростанні кількості альтернатив множина станів у рамках описаної моделі швидко стає надто великою, і тому вона призначена більше для деякого аналітичного дослідження. Але якщо альтернатив небагато (а така ситуація також є достатньо типовою), то матриця «стан-вибір дії» залишається порівняно невеликою і може бути безпосередньо застосована для експериментального дослідження та імітаційного моделювання.

Наведено приклад комп'ютерного експерименту, в якому здійснюється перехід від збалансованої матриці «стан-вибір дії» до незбалансованої, та проілюстровано наслідки такого переходу.

Список літератури

1. Летичевский А. А. Алгебраическая теория взаимодействия и кибер-физические системы / А. А. Летичевский // Проблемы управления и информатики. – 2017. – № 5. – С. 37–55.
2. Николенко С. И. Самообучающиеся системы / С. И. Николенко, А. Л. Тулупьев. – Москва : МЦНМО, 2009. – 288 с.
3. Олецкий А. В. О применении интегрального разложения Карунена–Лоэва при моделировании динамических систем / А. В. Олецкий // УСиМ. – 1999. – № 2. – С. 12–15.
4. Олецкий А. В. Основные свойства и практические применения базовой квадратурной схемы интегрального разложения Карунена–Лоэва / А. В. Олецкий // Моделювання та інформаційні технології. Вип. 27. – Київ, 2004. – С. 113–120.
5. Олецький О. В. Про підхід до моделювання процесу прийняття рішень у багатоагентному середовищі на основі марковського процесу зміни ймовірностей вибору / О. В. Олецький // Наукові записки НаУКМА. Комп'ютерні науки. Т. 1. – Київ, 2018. – С. 40–43.
6. Рассел С. Искусственный интеллект: современный подход / С. Рассел, П. Норвиг. – Москва : Изд. дом «Вильямс», 2006. – 1408 с.
7. Хорн Р. Матричный анализ / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – Москва : Мир, 1989. – 655 с.
8. Черноруцкий И. Г. Методы принятия решений / И. Г. Черноруцкий. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.

References

Chernorutskyi, Y. H. (2005). *Metody pryniatyia reshenii*. Saint Petersburg: BKhV-Peterburh [in Russian].

Khorn, R., & Dzhonson, Ch. (1989). *Matrychnyi analyz*. Moskow: Myr [in Russian].

Letychevskyi, A. A. (2017). Alhebraycheskaia teoryia vzaimodeistvyia i kyber-fizicheskiie systemy. *Problemy upravlenyia i informatyky, 5,* 37–55 [in Russian].

Nykolenko, S. Y., & Tulupev, A. L. (2009). *Samoobuchaiushchyesia systemy*. Moskow: MTsNMO [in Russian].

Oletskiy, A. V. (1999). O prymenenii intehralnoho razlozheniia Karunena–Loieva pri modelyrovanii dinamicheskikh system. *USyM, 2,* 12–15 [in Russian].

Oletskiy, A. V. (2004). Osnovnye svoistva y praktycheskie primeneniia bazovoi kvadraturnoi skhemy intehralnoho razlozheniia Karunena–Loieva. *Modeliuvannia ta informatsiini tekhnolohii, 27,* 113–120 [in Russian].

Oletskiy, A. V. (2018). Pro pidkhid do modeliuvannia protsesu pryiniattia rishen u bahatoahentnomu seredovyshchi na osnovi markovskoho protsesu zminy ymovirnostei vyboru. *Naukovi zapysky NaUKMA. Kompiuterni nauky, 1,* 40–43 [in Ukrainian].

Rassel S., & Norvyh P. (2006). *Yskusstvennyi yntellekt: sovremennyi podkhod.* Moskow: Izd. dom "Vyliams" [in Russian].

O. Oletskiy

SOME NECESSARY AND SUFFICIENT CONDITIONS OF MAKING EQUI-PROBABILISTIC CHOICES FOR A MARKOV CHAIN BASED OF CHANGING CHOICE PROBABILITIES

This paper describes the process of making and changing decisions by means of a Markov chain based on a model named "state-probability of action" (SPA). In this model, each state is connected with probabilities of choosing variants, and changing these probabilities is switching between states.

One of the most important components of the SPA model is a matrix in which the rows correspond to the states and the columns correspond to possible variants of choice. The sum of elements of each row equals 1, and the matrix generally is a rectangular one. So we may regard such matrices as a generalization of stochastic matrices which we will name rectangular stochastic matrices (RSM).

An important particular case of RSMs is the case when component sums of all the columns are equal to each other, and we will name such a kind of matrices balanced rectangular stochastic matrices (BRSM). More exactly, it has been proven that the sum of each column equals m/n, where n is the number of columns and m is the number of rows.

Some important properties of BRSMs are discussed, and sufficient and necessary conditions related to the connection between BRSMs and equal probabilities of choices are proven in the article.

BRSMs appear to become a good starting point for simulating processes of actual decision making when changing the model turns the agent's behavior from the equi-probabilistic choice to other possible situations. For generating BRSMs, some approaches are proposed, based on permuting components of some basic vector and by getting convex hulls of other BRSMs. Some actual simulations are described, where pair comparisons have been used for getting choice probabilities.

Keywords: intelligent agent, problem of choosing, Markov chain, rectangular stochastic matrix.

Матеріал надійшов 30.04.2019