УДК 519.8
DOI: 10.18523/2617-3808.2019.2.10-15

Горборуков В. В., Франчук О. В.

ПОШУК ОПТИМАЛЬНИХ ВІДХИЛЕНЬ ЗНАЧЕНЬ КРИТЕРІЇВ ДЛЯ ДОСЯГНЕННЯ ОБРАНОЮ АЛЬТЕРНАТИВОЮ БАЖАНОГО РЕЗУЛЬТАТУ ПРИ РОЗВ'ЯЗКУ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ ВИБОРУ

Роботу присвячено вирішенню актуальної науково-технічної проблеми – підвищення ефективності розв'язання багатокритеріальних задач ранжування та вибору альтернатив. Процес проведення ранжування та вибору складається з таких етапів: визначення проблемної задачі, структурування проблеми, реалізація оптимального вибору, пост-аналіз та отримання результату. Як відомо, помилки на етапі структуризації призводять до утворення хибної моделі задачі, яка, найпевніше, призведе до неточних результатів. Отже, якість отриманого розв'язку задачі в першу чергу залежить від вдалого структурування, що вимагає від ОПР скрупульозної деталізації проблемної області для визначення критеріїв, альтернатив та іншої інформації. Після проведення ранжування альтернатив (об'єктів) здійснюють пост-аналіз отриманого розв'язку. На цьому етапі має бути можливість додаткового дослідження таких об'єктів, які не стали «переможцями», але з огляду на специфіку конкретної задачі можуть становити інтерес для особи, що приймає рішення (ОПР). У результаті виникає обернена задача ранжування, яка має визначити, на скільки тому чи тому об'єкту необхідно покращити критеріальні значення, щоб у підсумковому рейтинговому списку посісти задане ОПР місце. Бажаним результатом розв'язання цієї задачі вважають встановлення таких мінімальних відхилень початкових значень критеріїв, за яких ця альтернатива отримує рейтинг не нижче від наперед заданого значення. У статті розглянуто обернену задачу ранжування альтернатив, яка формалізується у класі моделей дискретного програмування. Для розв'язку задачі запропоновано алгоритм, що базується на ідеології методу динамічного програмування. Це дає змогу на етапі пост-аналізу процесу проведення вибору (ранжування) альтернатив підвищити рівень аналізу отриманих результатів. Розв'язки таких обернених задач породжують додаткові властивості об'єктів дослідження, які можуть розширювати початкову інформаційну модель. У підсумку це призводить до підвищення ефективності процесу прийняття рішень.

Ключові слова: прийняття рішень, ранжування альтернатив, багатокритеріальна оптимізація, дискретне програмування, динамічне програмування.

Серед задач теорії прийняття рішень, що особливо часто виникають на практиці, актуальними є задачі вибору (ранжування) альтернатив [4–6; 11]. Математично такі задачі описуються набором альтернатив $x \in X = \{A_1, \ldots, A_n\}$, для кожної з яких задаються значення m певних показників (критеріїв). Розв'язком такої задачі вважають альтернативу, яка має найкращі (за сукупністю) значення критеріїв, які на практиці, як правило, відрізняються різною важливістю (ваговими коефіцієнтами) [3; 8; 9].

У загальному випадку критерієм можна вважати деяку функцію $(f_j(x), j \in J = \{1 \ldots m\})$, визначену на множині альтернатив. Значення цієї функції належать або до наперед визначеної множини, або обраховуються відповідно до певних математичних правил. У першому випадку можливі варіанти: множина значень задається бальною або лінгвістичною шкалою [9] або – у вигляді числового інтервалу $[f_j^{min}, f_j^{max}]$, який утворюється з усіх можливих значень функції (з мінімального до максимального) з урахуванням точності її обчислення. Прикладом другого випадку є синтез локальних пріоритетів у методі аналізу ієрархій [9]. Отже, можна вважати, що значення j-го критерію завжди є зліченною множиною, позначимо її як Q_j. Найкращим вважають результат, що відповідає максимальному або мінімальному значенню функції $f_j(x), j \in J$ залежно від напряму оптимізації критерію. Нехай J_1 і J_2 – множини індексів критеріїв, що відповідно максимізуються і мінімізуються $(J_1 \cup J_2 = J)$. Далі вважатимемо, що значення кожної функції $f_j(x)$, $j \in J$ належать спільному числовому інтервалу $[q_{min}; q_{max}] \subset \mathbb{R}$ – множини дійсних чисел. У протилежному випадку не важко побудувати відповідне взаємно-однозначне відображення початкових значень $f_j(x), j \in J$ у такий інтервал.

Як прийнято у більшості випадків, при розгляді багатокритеріальних задач вводиться вектор $W = (\omega_1,...,\omega_m)$, кожна компонента якого ω_j характеризує важливість j-го критерію, причому $\sum_{j=1}^{m}\omega_j = 1$, $\omega_j > 0$ [4–6].

Задача ранжування альтернатив $x \in X = \{A_1,..., A_n\}$ за сукупністю показників $(f(x) = (f_1(x),..., f_m(x))$ полягає у встановленні певного порядку

$$A_{i_1} > A_{i_2} > ... > A_{i_n} \qquad (1)$$

на основі обчислення значень деякого узагальненого показника $G(x)$ для кожного елемента множини X:

$$\begin{gathered} G(x) = G(f(x),W) = \\ = G((f_1(x),..., f_m(x)), (\omega_1,...,\omega_m)), \\ x \in X = \{A_1,..., A_n\}, \end{gathered} \qquad (2)$$

де значення $G(A_1)$ обчислюються за певним правилом (алгоритмом), що визначається математичним методом, який використовують у кожному конкретному випадку, причому

$$G(A_{i_1}) \geq G(A_{i_2}) \geq ... \geq G(A_{i_n}). \qquad (3)$$

Так, у теорії прийняття рішень найбільш відомими та поширеними є метод ідеальної точки, лінійно-адитивна згортка, степенево-адитивна згортка та деякі інші [7; 8; 10].

У задачі ранжування альтернатив найкращою вважають альтернативу A_{i_1}, яка у порядку (1) займає перше місце, відповідно, найгіршою – альтернативу A_{i_n}. Далі говоритимемо, що альтернатива A_{i_k}, $k = \overline{1,n}$ в порядку (1) перебуває на k-му місці.

Проте на практиці після розв'язку задачі (1)–(3) для окремої альтернативи A' може виникнути необхідність в аналізі того місця k', яке вона посіла у порядку (1). Таким аналізом може бути проведення дослідження: за яких відхилень від наявних значень $f_j(A')$, $j \in J$ альтернатива A' зайняла б інше, наперед визначене та відмінне від k' місце? Конкретним ілюстративним прикладом може бути проблема розробки індивідуального плану підготовки запасного гравця спортивної команди для того, щоб він у найближчий час зміг потрапити до основного складу. Йдеться про те, яким саме показникам, що аналізуються у процесі тренування, слід приділити найбільшу увагу. Інший приклад: аргументовано, у разі необхідності, вказати на недоліки того чи того проекту (будь-якої сфери людської діяльності), що брав участь у конкурсі на отримання грантової підтримки або виділення фінасування тощо.

Отже, розглянемо такий випадок. Нехай після розв'язку задачі (1) – (3) виникла необхідність, щоб альтернатива A' посіла у порядку (1) деяке місце, не нижче ніж p $(p < k')$, і особі, що приймає рішення (ОПР), надаються повноваження визначити підмножину критеріїв $J' \subseteq J$, для яких дозволено змінювати значення $f_j(A')$, $j \in J'$. Задамо множину векторів-параметрів $\Theta = (\Theta_1 \times ... \times \Theta_m)$, $\Theta \subset \mathbb{R}^m$ таким чином:

$$\Theta_j = \bigcup_{q_j \in Q_j} (q_j - f_j(A')), j \in J', \;\; \Theta_j = \{0\}, j \in J \backslash J',$$

де кожна множина Θ_j, $j \in J'$ являє собою всі можливі відхилення значень $q_j \in Q_j$ від $f_j(A')$. Математична модель задачі, що розглядається, матиме такий вигляд:

$$\begin{gathered} H(A', \theta, p, W) = \Big(G(f(A', \theta), W) - \\ - G\left(f(A_{i_p}), W\right)\Big) \to \min \end{gathered} \qquad (4)$$

$$G(f(A', \theta), W) \geq G\left(f(A_{i_p}), W\right), \qquad (5)$$

$$\theta = (\theta_1, ..., \theta_m) \in \Theta = (\Theta_1 \times ... \times \Theta_m), \; \Theta \subset \mathbb{R}^m \qquad (6)$$

де $f(A', \theta) = (f_1(A') + \theta_1, f_2(A') + \theta_2, ..., f_m(A') + + \theta_m)$, $\theta \in \Theta$.

Якщо для розв'язку задач (1)–(3), (4)–(6) як узагальнений критерій використовують лінійно-адитивну згортку, то функція $G(\cdot)$ в (2) матиме вигляд:

$$G(x) = G(f(x), W) = \sum_{j \in J_1} \omega_j (f_j(x)) - \sum_{j \in J_2} \omega_j (f_j(x)),$$

а функція $H(\cdot)$ в (4) –

$$\begin{gathered} H(A', \theta, p, W) = (\sum_{j \in J_1} \omega_j (f_j(A') + \theta_j) - \sum_{j \in J_2} \omega_j (f_j(A') + \theta_j)) - \\ -(\sum_{j \in J_1} \omega_j (f_j\left(A_{i_p}\right)) - \sum_{j \in J_2} \omega_j (f_j\left(A_{i_p}\right))) = \\ = \sum_{j \in J_1} \omega_j (f_j(A') + \theta_j - f_j\left(A_{i_p}\right)) - \\ \sum_{j \in J_2} \omega_j (f_j(A\;) + \theta_j - f_j\left(A_{i_p}\right))). \end{gathered} \qquad (7)$$

Для степенево-адитивної згортки критеріїв маємо:

$$G(x) = G(f(x), W) = \sum_{j \in J_1} (f_j(x))^{\omega_j} - \sum_{j \in J_2} (f_j(x))^{\omega_j}),$$

$$\begin{gathered} H(A', \theta, p, W) = (\sum_{j \in J_1} (f_j(A') + \theta_j)^{\omega_j} - \\ - \sum_{j \in J_2} (f_j(A') + \theta_i)^{\omega_j} - (\sum_{j \in J_1} (f_j\left(A_{i_p}\right))^{\omega_j}) - \\ - \sum_{j \in J_2} (f_j\left(A_{i_p}\right))^{\omega_j}) = \sum_{j \in J_1} ((f_j(A') + \theta_j)^{\omega_j} - f_j\left(A_{i_p}\right)^{\omega_j}) - \\ - \sum_{j \in J_2} ((f_j(A') + \theta_j)^{\omega_j} - f_j\left(A_{i_p}\right)^{\omega_j}). \end{gathered}$$

Якщо задачу (1)–(3) розв'язують методом ідеальної точки, і A^* – ідеальна альтернатива (точка), то

$$G(x) = G(f(x), W) = \left(\sum_{j\in J} \omega_j (f_j(x) - f_j(A^*))^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Проте у такому вигляді функція $G(x)$ не відповідає вимогам (3), оскільки для цього випадку кращими будуть не більші, а менші значення $G(x)$ (мінімізується відстань до ідеальної точки), тому для коректності використання моделі (1)–(3) модифікуємо $G(x)$ таким чином:

$$G(x) = \tilde{G} - \left(\sum_{j\in J} \omega_j (f_j(x) - f_j(A^*))^2\right)^{\frac{1}{2}},$$

де

$$\tilde{G} = \left(\sum_{j\in J_1} \omega_j (\min_{x\in X} f_j(x) - f_j(A^*))^2 + \right.$$
$$\left. + \sum_{j\in J_2} \omega_j (\max_{x\in X} f_j(x) - f_j(A^*))^2\right)^{\frac{1}{2}},$$

тобто $\tilde{G}$ – відстань між ідеальною найгіршою і ідеальною найкращою альтернативами. Тоді

$$H(A', \theta, p, W) = G(f(A', \theta), W) - G\left(f(A_{i_p}), W\right) =$$
$$= \left(\sum_{j\in J} \omega_j (f_j\left(A_{i_p}\right) - f_j(A^*))^2\right)^{\frac{1}{2}} -$$
$$-\left(\sum_{j\in J} \omega_j (f_j(A') + \theta_j - f_j(A^*))^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Розглянемо детально алгоритм розв'язку задачі (4)–(6) для випадку застосування лінійно-адитивної згортки критеріїв у (2). Запишемо (7) у вигляді

$$H(A', \theta, p, W) = \sum_{j\in J_1} \omega_j\theta_j - \sum_{j\in J_2} \omega_j\theta_j +$$
$$+\sum_{j\in J_1} \omega_j (f_j(A') - f_j\left(A_{i_p}\right)) - \sum_{j\in J_2} \omega_j (f_j(A') - f_j\left(A_{i_p}\right))) =$$
$$= \sum_{j\in J_1} \omega_j\theta_j - \sum_{\notin J_2} \omega_j\theta_j - (\sum_{j\in J_1} \omega_j (f_j\left(A_{i_p}\right)) -$$
$$-\sum_{j\in J_2} \omega_j (f_j\left(A_{i_p}\right)) + (\sum_{j\in J_1} \omega_j (f_j(A')) -$$
$$-\sum_{j\in J_2} \omega_j (f_j(A'))) = \sum_{j\in J_1} \omega_j\theta_j - \sum_{j\in J_2} \omega_j\theta_j -$$
$$-\left(G\left(A_{i_p}\right) - G(A')\right) = h(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) - G^*. \quad (8)$$

В отриманій формулі

$h(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) = \sum_{j\in J_1} \omega_j\theta_j - \sum_{j\in J_2} \omega_j\theta_j$, а G^* – константне значення, яке задає початкову перевагу альтернативи A_{i_p} над A', тобто $G^* = G(A_{i_p}) - G(A')$. Відповідно до (3) G^* є невід'ємним числом.

Нехай $\theta_j \in \{\theta_j^1, \theta_j^2, \dots, \theta_j^{r_j}\} \subseteq \Theta_j$, де r_j – кількість відхилень, що задається ОПР, а $\theta_j^1, \theta_j^2, \dots, \theta_j^{r_j}$ – впорядкована числова послідовність, причому для $j \in J_1$ $0 < \theta_j^1 < \theta_j^2 < \dots < \theta_j^{r_j}$, а для $j \in J_2$ $0 > \theta_j^1 > \theta_j^2 > \dots > \theta_j^{r_j}$. Мета алгоритму – знайти такий вектор $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)$, який мінімізує $h(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$ серед усіх можливих наборів Θ, для яких (8) набуває невід'ємного значення. Для критеріїв, що мінімізуються, елементи множини $\{\theta_j^1, \theta_j^2, \dots, \theta_j^{r_j}\}$ перевизначимо так: $\theta_j^1 := -\theta_j^1, \theta_j^2 := -\theta_j^2, \dots, \theta_j^{r_j} := -\theta_j^{r_j}$, де ":=" розглядається як знак операції переприсвоєння значень. Тоді (8) можна переписати у вигляді

$$H(A', \theta, p, W) = h(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) - G^* =$$
$$= \sum_{j=1}^{m} \omega_j\theta_j - G^*. \quad (9)$$

Алгоритм базується на ідеології методу динамічного програмування [1]. Відповідно до нього визначимо рекурентне співвідношення, за яким початкова задача зводиться до задач меншої розмірності. Введемо позначення $\theta^k = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$ – вектор відхилень для перших k критеріїв, $k \in \{1, 2, \dots, m\}$. Маємо

$$H(A', \theta^m, p, W) = \sum_{j=1}^{m} \omega_j\theta_j - \left(G\left(A_{i_p}\right) - G(A')\right),$$
$$(A', \theta^m, p, W) = \omega_m\theta_m + H(A', \theta^{m-1}, p, W) - G^*,$$
$$H(A', \theta^{m-1}, p, W) = \omega_{m-1}\theta_{m-1} +$$
$$+ H(A', \theta^{m-2}, p, W) - (G^* - \omega_m\theta_m),$$
$$\dots$$
$$H(A', \theta^k, p, W) = \omega_k\theta_k + H(A', \theta^{k-1}, p, W) -$$
$$-\left(G^* - \sum_{j=k+1}^{m} \omega_j\theta_j\right) \quad (10)$$
$$\dots$$
$$H(A', \theta^1, p, W) = \omega_1\theta_1 - \left(G^* - \sum_{j=2}^{m} \omega_j\theta_j\right).$$

Початково G^* є значенням, наскільки альтернатива A' «гірша» від A_{i_p} за врахування всіх m критеріїв.

Опишемо складові частини формули (10) для задачі розмірності k. Вираз у дужках $G^* - \sum_{j=k+1}^{m} \omega_j\theta_j$

означає, наскільки вдалося зменшити «відставання» альтернативи A' від A_{i_p}, отримавши значення $\theta_{k+1}, \theta_{k+2}, \dots, \theta_m$ на початкових $m - k$ кроках алгоритму; $H(A', \Theta^{k-1}, p, W)$ – мінімальне додатне значення шуканої переваги альтернативи A' над A_{i_p} з урахуванням тільки $k-1$ перших критеріїв. У доданку $\omega_k \Theta_k$ значення Θ_k обирається з множини $\{\theta_k^1, \theta_k^2, \dots, \theta_k^{r_k}\}$.

Для ефективної роботи алгоритму розв'язку задачі (4)–(6) необхідно попередньо виконати декілька процедур.

• За кожним із m критеріїв визначимо середньоарифметичні значення зважених відхилень $\tilde{\theta}_k = \dfrac{\sum_{i=1}^{r_k} \omega_k \theta_k^i}{r_k}$, $k = \overline{1,m}$.

• Впорядкуємо критерії загальної задачі за зростанням отриманих значень $\tilde{\Theta}_k$, $k = \overline{1,m}$. Для запобігання переприсвоєння номерів критеріїв будемо вважати, що у нас початково виконується нерівність $\tilde{\theta}_1 \le \tilde{\theta}_2 \le \dots \le \tilde{\theta}_m$. Це не зменшує узагальненості задачі.

• Створюємо послідовність хешованих сум S_k за таким правилом:

$$S_1 = 0,\ S_2 = S_1 + \theta_1^{r_1} \dots,\ S_k =$$
$$= S_{k-1} + \theta_{k-1}^{r_{k-1}}, \dots,\ S_m = S_{m-1} + \theta_{m-1}^{r_{m-1}}.$$

Далі створимо таблицю, що складатиметься з m стовпчиків значень (знизу вгору) 0, $\omega_k \theta_k^1$, $\omega_k \theta_k^2$, ... , $\omega_k \theta_k^{r_{jk}}$ для кожного критерія і додамо до неї знизу рядок отриманих хешованих сум.

Таблиця. **Зважені відхилення значень критеріїв задачі (4)–(6)**

	K_1	K_2	…	K_k	…	K_{m-1}	K_m
$\max\limits_{j \in \{1,\dots,m\}} r_j$	⋮	$\omega_2 \theta_2^{r_2}$	…	⋮	…	⋮	⋮
⋮		⋮		$\omega_k \theta_k^{r_k}$			
						$\omega_{m-1} \theta_{m-1}^{r_{m-1}}$	
	$\omega_1 \theta_1^{r_1}$			⋮			$\omega_m \theta_m^{r_m}$
	⋮					⋮	⋮
2	$\omega_1 \theta_1^2$	$\omega_2 \theta_2^2$	…	$\omega_k \theta_k^2$	…	$\omega_{m-1} \theta_{m-1}^2$	$\omega_m \theta_m^2$
1	$\omega_1 \theta_1^1$	$\omega_2 \theta_2^1$	…	$\omega_k \theta_k^1$	…	$\omega_{m-1} \theta_{m-1}^1$	$\omega_m \theta_m^1$
0	0	0	…	0	…	0	0
Хеш	S_1	S_2	…	S_k	…	S_{m-1}	S_m

У таблиці $r_2 = \max(r_j)$, $j \in \{1, \dots, m\}$, $r_k > r_{m-1} > r_1$, тобто стовпчики мають різну висоту залежно від кількості можливих відхилень того чи того критерію.

Алгоритм дає змогу генерувати допустимі розв'язки задачі (4)–(6) без повного перебору всіх можливих варіантів і словесно описується таким чином.

0. Якщо сума $S_m + \Theta_{m, r_m} * \omega_m$ менша, ніж G^*, то задача (4)–(6) не має розв'язку.

1. Ініціалізація. Задаються початкові значення $k = m$, $g_k = G^*$, $l_k = 0$, $\Theta = (0, \dots, 0)$, $\Theta^{min} = \Theta$. Тут і далі в алгоритмі k – номер критерію, що аналізується, g_k – «неподолана» перевага A_{i_p} над A', що залишилась на момент розгляду підзадачі розмірності k, l_k – індекс зваженого відхилення критерію під номером k ($0 \le l_k \le r_k$), $\Theta = (\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_k, \dots, \Theta_m$ – варіант розв'язку задачі. Початково (за $k = m$) $\Theta_1 = 0$, $\Theta_2 = 0, \dots, \Theta_m = 0$. В будь-який момент роботи алгоритму вже отриманому мінімальному значенню $H(A', \Theta, p, W)$ відповідає розв'язок Θ^{min}.

2. Для підзадачі розмірності k розглядають стовпчик зважених відхилень k-го критерія. Індекс l_k збільшується доти, доки зважене відхилення $\omega_k \Theta_k^{l_k}$ разом із хешованою сумою S_k не стане більшим від g_k. Слід звернути увагу на те, що S_k – максимально можливе значення, на яке може зменшитись перевага A_{i_p} над A' за вже зафіксованих на попередніх кроках відхилень $\theta_{k+1} = \theta_{k+1}^{l_{k+1}}, \theta_{k+2} = \theta_{k+2}^{l_{k+2}}, \dots, \theta_m = \theta_m^{l_m}$. Можливі три випадки.

2.1. Сума максимально можливого зваженого відхилення $\omega_k \theta_k^{r_k} + S_k$ менша, ніж g_k. Переходимо на крок 3.

2.2. Зважене відхилення $\omega_k \theta_k^{l_k}$ без хешованої суми S_k більше, ніж g_k. Це означає, що отримано розв’язок

$$\theta = (0, \ldots, 0, \theta_k^{l_k}, \theta_{k+1}^{l_{k+1}}, \ldots, \theta_{m-1}^{l_{m-1}}, \theta_m^{l_m}).$$

Переходимо на крок 4.

2.3. Зважене відхилення $\omega_k \theta_k^{l_k}$ разом із хешованою сумою S_k більше, ніж g_k. Переходимо на крок 5.

3. Якщо $k=m$, переходимо на крок 6, інакше – повертаємось до $(k+1)$-го критерія – $k = k+1$. Переходимо на крок 2.

4. Якщо значення $H(A', \Theta, p, W)$ для отриманого розв’язку є меншим, ніж $H(A', \theta^{min}, p, W)$, то $\theta^{min} = (0, \ldots, 0, \theta_k^{l_k}, \theta_{k+1}^{l_{k+1}}, \ldots, \theta_{m-1}^{l_{m-1}}, \theta_m^{l_m})$. Переходимо на крок 3.

5. Розмірність задачі зменшується – $k = k-1$, $l_k = 0$. Переходимо на крок 2.

6. θ^{min} – оптимальний розв’язок задачі (1)–(6).

Формально описаний алгоритм можна подати таким чином. (Об’єкти, що використовуються в алгоритмі, повністю відповідають визначеним вище структурам даним.)

/* k, m, i, j: цілочисельні невід’ємні значення,
Rez – значення цільової функції: дійсне,
G^*– початкове відхилення A_{i_p} від A': дійсне,
g, ω, S, θ^{min}– масиви розмірності m: дійсні числа,
l, r – масиви розмірності m: цілочисельні невід’ємні значення,
θ – двомірний масив з m стовпчиків різної висоти: дійсні числа,
*/

$S_1 = 0$; // Обчислення хешованих сум S_k, $k = \overline{1, m}$
For $(i = 2; i \le m; i{+}{+})\ S_i = S_{i-1} + \theta_{i-1, r_{i-1}} * \omega_{i-1}$ **EndFor**

Rez $:= S_m + \theta_{m, r_m} * \omega_m - G^*$; // Початкове значення цільової функції
If (Rez < 0) **Then Exit EndIf** // Задача не має розвязку.
// Ініціалізація
$k := m$; $g_k := G^*$;
For $(i = 1; i \le m; i{+}{+})\ l_i := 0;\ \theta_i^{min} := 0;$ **EndFor**

Do while $(k \le m)$
    $\boldsymbol{j := r_k + 1;}$
    For $(i = l_k; i \le r_k; i{+}{+})$
        If $(\ S_k + \omega_k \theta_{k,i} - g_k > 0)$ **Then** $j := i$; Break **EndIf**
    EndFor
    $l_k := j$;
    If $(l_k \le r_k)$ **Then**
        If $((\omega_k \theta_{k, l_k} - g_k > 0)$ **Then**
            If $(\omega_k \theta_{k, l_k} - g_k < Rez))$ **Then**
                For $(i = 1; i \le m; i{+}{+})\ \theta_i^{min} = \theta_{i, l_i}$ **EndFor**
                $Rez := \omega_k \theta_{k, l_k} - g_k$;
            EndIf
        $l_k := 0; k := k + 1; l_k := l_k + 1$;
        Else $g_{k-1} := g_k - \theta_{k, l_k}; k := k - 1; l_k := 0$;
        EndIf
    Else $l_k := 0; k := k + 1; l_k := l_k + 1$;
    Endif
EndDo

Для розв’язку задачі (1)–(3) автори створили систему підтримки прийняття рішень Verum EST [2]. Система призначена для розв’язку прикладних задач, що виникають в адміністративній діяльності колегіальних органів управління, підприємств, організацій, установ тощо для прийняття відповідальних та науково обґрунтованих рішень. Розглянутий алгоритм реалізований програмно і включений до бібліотеки математичних методів цієї системи.

Список літератури

1. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – Москва : Изд-во иностранной литературы, 1960.
2. Горборуков В. В. Система підтримки прийняття адміністративних та управлінських рішень «VERUM EST» / В. В. Горборуков, О. В. Франчук // Матеріали 8-ї Міжнародної конференції «Теоретичні та прикладні аспекти побудови програмних систем» – TAAPSD'2011, Алушта, Україна, 19–23 вересня 2011 р.
3. Вентцель Е. С. Исследование операцій / Е. С. Вентцель. – Москва : Наука, 1980.
4. Емельянов С. В. Многокритериальные методы принятия решений / С. В. Емельянов, О. И. Ларичев. – Москва : Знание, 1985. – 32 с.
5. Кини Р. Л. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / Р. Л. Кини, Х. Райфа. – Москва : Радио и связь, 1981. – 560 с.
6. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений / О. И. Ларичев. – Москва : Логос, 2003. – 392 с.
7. Лотов А. В. Многокритериальные задачи принятия решений : учебное пособие / А. В. Лотов, И. И. Поспелова.– Москва : Издательский отдел ф-та ВМиК МГУ, МАКС Пресс, 2008.
8. Макаров И. М. Теория выбора и принятия решений / И. М. Макаров, Т. М. Виноградская, А. А. Рубчинский, В. В. Соколов. – Москва : Наука, 1982. – 328 с.
9. Саати Т. Принятие решений: Метод анализа иерархий / Т. Саати. – Москва : Радио и связь, 1993. – 278 с.
10. Черноруцкий И. Г. Методы принятия решений / И. Г. Черноруцкий. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.
11. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения / Р. Штойер. – Москва : Радио и связь, 1992. – 504 с.

References

Bellman, R. (1960). *Dinamicheskoe programmirovanie*. Moskva: Izd-vo inostrannoj literatury [in Russian].

Chernoruckij, I. G. (2005). *Metody prinjatija reshenij.* Sankt-Peterburg: BHV-Peterburg.

Emel'janov, S. V., & Larichev, O. I. (1985). *Mnogokriterial'nye metody prinjatija reshenij.* Moskva: Znanie [in Russian].

Gorborukov, V. V., & Franchuk, O. V. (2011). *Systema pidtrymky pryiniattia administratyvnykh ta upravlinskykh rishen "VERUM EST".* Materialy 8-yi Mizhnarodnoi konferentsii "Teoretychni ta prykladni aspekty pobudovy prohramnykh system" – TAAPSD2011. Alushta [in Ukrainian].

Kini, R. L., & Rajfa, X. (1981). *Prinjatie reshenij pri mnogih kriterijah: predpochtenija i zameshhenija.* Moskva: Radio and Communications Publ. [in Russian].

Larichev, O. I. (2003). *Teorija i metody prinjatija reshenij*. Moskva: Logos [in Russian].

Lotov, A. V., & Pospelova, I. I. (2008). *Mnogokriterial'nye zadachi prinjatija reshenij: Uchebnoe posobie.* Moskva: Izdatel'skij otdel f-ta VMiK MGU, MAKS Press. [in Russian].

Makarov, I. M., Vinogradskaja, T. M., Rubchinskij, A. A., & Sokolov, V. V. (1982). *Teorija vybora i prinjatija reshenij.* Moskva: Nauka [in Russian].

Saati, T. (1993). *Prinjatie reshenij. Metod analiza ierarhij.* Moskva: Radio and Communications Publ. [in Russian].

Shtojer, R. (1992). *Mnogokriterial¨'naja optimizacija. Teorija, vychislenija i prilozhenija*. Moskva: Radio i svjaz [in Russian].

Ventcel, E. S. (1980). *Issledovanie operacij*. Moskva: Nauka [in Russian].

V. Gorborukov, O. Franchuk

THE SEARCH FOR OPTIMAL DEVIATIONS OF CRITERIAL VALUES WHICH ALLOW TO ACHIEVE THE DESIRED RESULTS FOR A FIXED ALTERNATIVE IN SOLVING A MULTI-CRITERIA SELECTION PROBLEM

The paper focuses on solving an actual scientific and technical problem of improving the efficiency of solving multiple criteria problems of ranking and selecting alternatives. The process of ranking and selection consists of the following stages: problem identifying, problem structuring, implementation of the optimal choice (decision analysis), post-analysis, and obtaining results. As known, mistakes at the stage of structuring lead to creating an incorrect model of the problem, which is most likely to lead to inaccurate results. Thus, the quality of a solution of the problem depends, first of all, on successful structuring, which requires careful detailing of the problem area for determining the criteria, alternatives, and other information. After ranking the alternatives (objects), post-analysis of the obtained solution is carried out. At this stage, there should be a possibility for an additional research of such objects which did not become "winners", but taking into account the specifics of the problem, these objects may be interesting for the decision maker. As a result, there is an inverse ranking problem, solution of which should determine how much it is necessary to improve the criteria values of the specified object, which in the final ranking list would occupy the given place. The desired result of solving this problem is determination of a minimum deviation of the initial criterial values which can allow to get the rating which is not below the pre-set value. This article consideres the inverse problem of ranking alternatives, which is formalized in the class of discrete programming models. The algorithm for solving this problem, based on the ideology of the method of dynamic programming, has been proposed. This allows to increase the level of analysis of the obtained results at the post-analysis stage of the process of selecting (ranking) alternatives. Solutions of the inverse problems create additional properties of research objects, which can extend the initial information model area with new properties of research objects. As a result, this increases the efficiency of the decision-making process and the efficiency of the decision-making process.

Keywords: decision-making, ranking alternatives, multi-criteria optimization, discrete programming, dynamic programming.

Матеріал надійшов 12.06.2019