

Карайман О. О., Афонін А. О.

## ТРИВИМІРНА ДІАГРАМА ГАНТА ЯК ГРАФІЧНЕ ВИРІШЕННЯ ПРОБЛЕМИ ПЛАНУВАННЯ ПРОЄКТІВ З ОБМЕЖЕНИМИ РЕСУРСАМИ

Із метою часткового вирішення та спрощення роботи з NP-повною проблемою планування проєктів з обмеженими ресурсами (RCPSP), подано тривимірну діаграму Ганта шляхом розширення двовимірного представлення класичної діаграми, із додаванням третього ресурсного виміру. Діаграма Ганта може чітко відображати споживання ресурсів кожної діяльності й надавати цінну інформацію щодо ресурсів, вузьких місць і шляхів розв'язання конфлікту ресурсів. Результати використання діаграми Ганта на декількох проєктах показують доцільність її застосування для полегшення прийняття та керування проєктами з обмеженими ресурсами.

**Ключові слова:** проблема планування проєктів з обмеженими ресурсами, RCPSP, діаграма Ганта, керування проєктами.

### Вступ

Одним із головних завдань в управлінні проєктами є планування проєкту. Перші підходи до планування проєктів, метод критичного шляху (CPM) і метод оцінки та аналізу програм (PERT), були запропоновані з урахуванням пріоритетних відносин між діяльностями проєкту. Однак вважати розгляд пріоритетних відносин незалежним – це неприйнятне припущення, тож необхідно застосувати деякі обмеження та оцінити їх вплив. Особливу увагу слід приділяти обмеженим можливостям ресурсів, необхідних для виконання поставлених завдань. Ресурси, як фактор впливу на успішне завершення проєкту, розглядають у області планування проєктів з обмежених ресурсами [6]. Тривимірна діаграма Ганта є одним із представлень проблеми планування проєктів з обмеженими ресурсами (RCPSP) та дає можливість наочно визначити, які роботи є критичними, а які – некритичними, резерв часу, логічні зв'язки між роботами.

### Узагальнені обмеження ресурсів

*Відновлювані ресурси* – це означає, що обмеження ресурсів є періодичними, і на початку діяльності доступні ресурси експлуатуються, а після закінчення процесу повертається певна кількість ресурсів цього типу. З цього погляду людські ресурси та техніка вважають такими ресурсами [5].

*Невідновлювані ресурси* є обмеженими не в межах періоду, а в межах проєкту. Наприклад,

загальна вартість проєкту, оскільки гроші доступні для конкретного проєкту у певній визначеній кількості [5].

*Подвійно обмежені ресурси* – ця категорія ресурсів має властивості як відновлюваних, так і невідновлюваних ресурсів. Іншими словами, доступ до цих ресурсів обмежений як у кожному періоді, так і в межах усього проєкту [5].

### Класична модель: проблема планування проєктів з обмеженими ресурсами

Одним з основних обмежень планування проєктів є обмеження ресурсів, що розглядається як класична проблема планування проєктів і має таку назву – Проблема планування проєкту з обмеженим ресурсом (*англ.* Resource Constrained Project Scheduling Problem, RCPSP).

#### Математична модель

- Проєкт  $P$  з діяльностями  $J$ , позначеними як  $j = 1, \dots, J$ ;
- тривалість активності  $j$ , яка після запуску не має перериватись, представлено  $d_j$ ;
- існують пріоритетні відносини, які представлені множинами безпосередніх попередників  $P_j$ , також можуть бути представлені у вигляді мереж;
- ресурси визнаються відновлюваними;
- $K$  типів відновлюваних ресурсів, позначених  $k = 1, \dots, K$ ; для кожного  $k$  передбачається, що  $R_k$  постійна кількість ресурсу доступна на початку кожного періоду;

- для виконання діяльності  $j$  у кожному періоді потрібна  $R_{jk}$  одиниця ресурсу  $k$ ;
- також розглядаються дві додаткові події  $j = 0$  і  $j = J + 1$ , які являють собою початок і кінець проєкту (час обробки та споживання ресурсів дорівнюють нулю);
- уся інформація про задачу вважається детермінованою і визначеною, а параметри – невід’ємними і цілочисельними [5].

Мета розв’язання проблеми планування проєкту з обмеженими ресурсами полягає в тому, щоб знайти час початку ( $S_j$ ) для діяльності  $j = 0, 1, \dots, J + 1$ , таким чином, щоб час завершення проєкту мінімізувався [7].

### Математичні моделі планування проєкту

Сіткова модель – множина поєднаних між собою елементів для опису технологічної залежності окремих робіт і етапів майбутніх проєктів. Основним плановим документом системи сіткового планування є сітковий графік, що являє собою інформаційно-динамічну модель, яка відображає всі логічні взаємозв’язки та результати робіт, необхідних для досягнення кінцевої мети планування [3].

Найбільш відомими методами складання сіткового графіка є PERT (Program Evaluation And Review Technique – метод оцінки та перегляду програм) і CPM (Critical Path Method–метод критичного шляху). У своїх базових формах методи PERT і CPM були призначені для визначення найбільш тривалого за часом шляху в послідовності робіт (критичного шляху), який стає основою при плануванні і контролі за перебігом виконання проєкту. Для графічного відображення цієї послідовності в обох методах застосовують лінії зі стрілками та вузли.

Календарне планування – це процес складання і коригування розкладу, в якому роботи, що виконуються різними організаціями, взаємопов’язуються між собою в часі і з можливостями їх забезпечення різними видами матеріально-технічних і трудових ресурсів [3].

За календарного планування обов’язково мають враховувати дотримання заданих обмежень (тривалість робіт, ліміти ресурсів) та оптимальний розподіл ресурсів. Параметрами календарного плану в найпростішому варіанті є дати початку та закінчення кожної роботи, їх тривалість та необхідні ресурси. Найбільш відомим методом календарного планування є діаграма Ганта [3].

### Двовимірне представлення діаграми Ганта

Діаграма Ганта (англ. Gantt chart) – графік, названий за ім’ям німецького інженера Генрі Ганта, який уперше запропонував цей інструмент календарного планування проєктів, що відображає план робіт у часі. Роботи містяться з лівого боку, а тривалості робіт відображаються за допомогою горизонтальних відрізків, розміщених відповідно до дат початку та закінчення.

На рис. 1 зображено приклад діаграми Ганта. Крім можливості наочно визначити, які роботи є критичними, а які – некритичними, який запас часу мають некритичні роботи, резерв часу, логічний зв’язок між роботами, діаграму Ганта також використовують для представлення поточного стану виконання робіт: частину прямокутника, що відповідає завданню, заштриховують, позначаючи відсоток виконання завдання; вертикальна лінія відповідає моменту «сьогодні» [1].

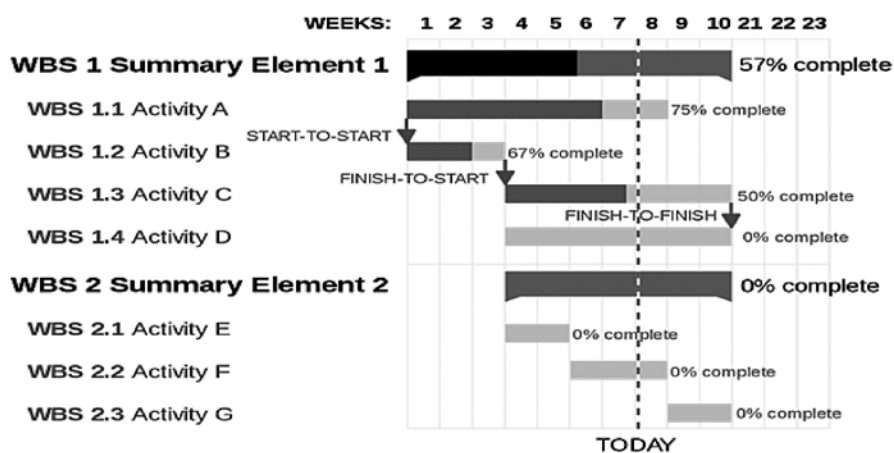


Рис. 1. Діаграма Ганта

### Тривимірне представлення діаграми Ганта

Очевидно, що розглянуті вище моделі планування проектів (сіткове та календарне) та методи їх реалізації (метод критичного шляху та діаграма Ганта, відповідно) розглядають лише часовий аспект без урахування обмежень ресурсів. Однак обмеження ресурсів відіграють важливу роль у плануванні проектів. Пізніше деякі дослідження критичного ланцюга в теорії обмежень (*англ.* Theory of Constraints, TOC) поставили обмеження ресурсів на важливу позицію. Для вирішення проблеми планування проектів з обмеженими ресурсами було запропоновано розширені варіанти діаграми Ганта та методу критичного шляху, а саме тривимірну діаграму Ганта та проектний менеджмент критичного ланцюга відповідно.

#### *Проектний менеджмент критичного ланцюга*

Проектний менеджмент критичного ланцюга (ССРМ) є способом планування і управління проектами, що акцентується на необхідних ресурсах (люди, обладнання, фізичний простір) для виконання задач проекту, розроблений Еліаху Моше Голдратом. Він відрізняється від більш традиційних методів, похідних від методу критичного шляху та алгоритмів PERT, що базуються на порядку виконання задач і жорсткому плануванні. В розрізі проекту, критичний ланцюг є послідовністю як пріоритетно-, так і ресурсозалежних задач, що запобігають завершенню проекту у коротший термін за умови обмежених ресурсів [2].

#### *Поняття тривимірної діаграми Ганта, представлене Крістофером Джонсом*

У представленні Крістофера Джонса тривимірна діаграма Ганта має три ортогональні осі: машини, робота й час. Кожна машина  $m$  має відповідну позицію  $p_m$  на осі машин; кожна робота  $j$  має відповідну позицію  $p_j$  на осі роботи. Так само, як і у класичному представленні діаграми Ганта,  $p_m$  та  $p_j$  розташовані через рівні проміжки часу [4].

Операція або задача представлена у вигляді прямокутника з шириною  $t_o$ , висотою  $w$  та розміщена на осі часу в момент часу  $s_o$ , на осі машин на позиції  $p_{m_o}$ , на осі роботи на позиції  $p_{j_o}$  [4].

Використовуючи тривимірне представлення діаграми Ганта, Крістофер Джонс описав нове тривимірне представлення діаграми Ганта для розв'язання проблеми планування проектів з обмеженими ресурсами. Осі діаграми є: вісь часу – T, вісь проектів – P та вісь ресурсів – R [8].

#### *Вхідні дані для побудови тривимірної діаграми Ганта*

Для демонстрації запропонованого підходу графічного зображення проблеми планування проектів з обмеженими ресурсами ми розглядатимемо розробку програмного забезпечення як сферу діяльності людини. Розподіл ролей відбуватиметься таким чином: проектний менеджер виступає у ролі користувача діаграмою та її редактора, розробники є ресурсами, які використовують у процесі розробки для вирішення певних задач.

Нехай дано 5 проектів (Project1, Project2, Project3, Project4, Project5), які виконуються в один і той самий момент часу однією командою, яка складається з 8 людей (*Svitlana, Vikror, Miron, Dasha, Maria, Kristina, Mark, Steve*). Кожен проект складається з діяльностей або задач, кожна з яких може виконуватись в один і той самий момент часу та використовувати від 1 до 8 вище перелічених ресурсів у вигляді працівників-розробників. Ми припускаємо, що виконання кожної першої задачі кожного проекту відбувається в нульовий момент часу. Кожна задача має встановлений час, необхідний для її виконання, відповідно, час закінчення виконання задачі вираховується як сума часу, необхідного для виконання, і початковий час. Необхідні ресурси задаються послідовністю цифр, яким відповідають імена розробників.

Для зручності введення вхідних даних було обрано Microsoft Excel. На рис. 2 подано вхідні дані, які необхідні для побудови тривимірної діаграми Ганта. Колонка Project зберігає ім'я проекту; Task – короткий опис задачі; Time – відповідає часу у годинах, який є необхідним для виконання задачі; Next time – обраховує початок виконання наступної діяльності; Resources – загальна кількість необхідних ресурсів; Specific resources – порядкові номери конкретних ресурсів для виконання задачі. На рис. 3 зображено доповнення до таблиці на рис. 2 для зіставлення порядкових номерів ресурсів та їхніх імен для ближчого до реальності сприйняття інформації.

Project	Task	Time	Next time	Resources	Specific resources
Project 1	1.1	7	7	1	1
	1.2	6	13	3	1 2 3
	1.3	5	18	1	1
	1.4	3	21	3	1 2 3
Project 2	2.1	5	5	3	3 4 5
	2.2	5	10	2	3 4
	2.3	6	10	1	6
	2.4	7	16	2	4 5
	2.5	4	20	3	4 5 6
Project 3	3.1	7	7	1	2
	3.2	6	13	2	7 8
	3.3	3	16	2	7 8
Project 4	4.1	6	6	4	3 4 5 6
	4.2	2	8	7	2 3 4 5 6 7 8
Project 5	5.1	7	7	1	1
	5.2	6	13	3	1 2 3
	5.3	2	15	4	2 3 4 5
	5.4	2	17	5	4 5 6 7 8

Рис. 2. Вхідні дані для побудови тривимірної діаграми Ганта

Resource	Resource Name
1	Svitlana
2	Vikror
3	Miron
4	Dasha
5	Maria
6	Kristina
7	Mark
8	Steve

Рис. 3. Таблиця відповідності номерів ресурсів та імен

*Побудова тривимірної діаграми Ганта*

На рис. 4 подано отримане графічне зображення тривимірної діаграми Ганта з вище описаних вхідних даних. Отже, відповідно до описаної теоретичної частини, діаграма складається з трьох координатних осей (Resources, Projects, Time). Кожен колір відповідає відповідному ресурсу для швидшого візуального сприйняття інформації, що дуже необхідно при плануванні реальних проектів.

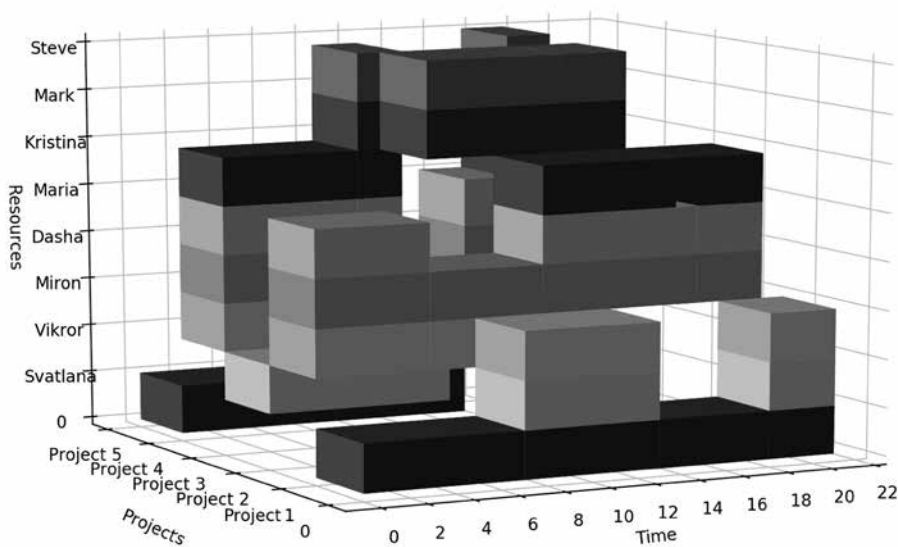


Рис. 4. Тривимірна діаграма Ганта

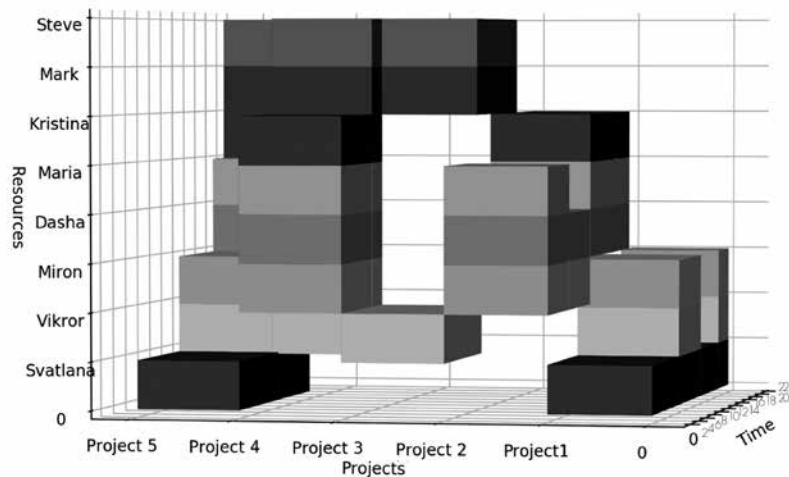


Рис. 5. Відповідність кольору до ресурсу

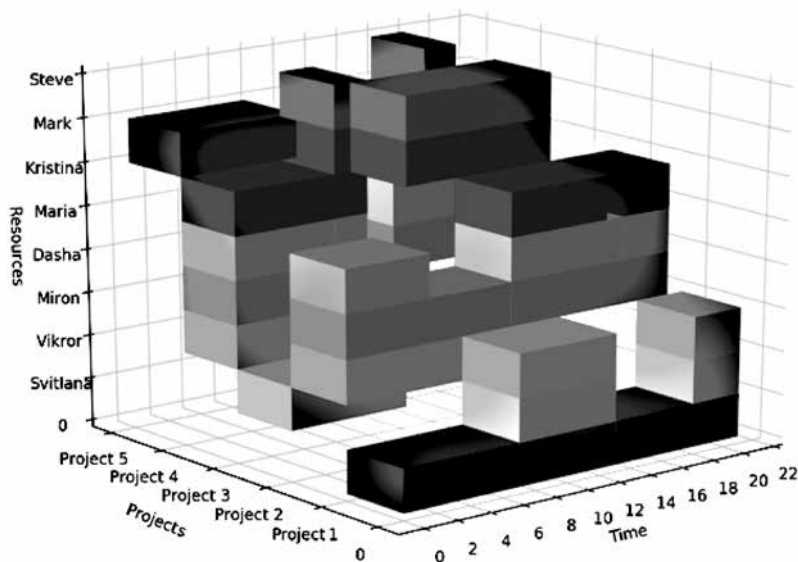


Рис. 6. Змінена діаграма Ганта (Project1 task1.1 – Project5 task 5.1)

Для реалізації логіки та побудови тривимірної діаграми Ганта було використано мову програмування Python та додаткові бібліотеки pandas і numpy для отримання даних поданих у вигляді Excel; бібліотеку matplotlib для графічного представлення тривимірної діаграми.

#### *Використання тривимірної діаграми Ганта*

Наприклад, одною з прогалин на графіку, зображеному на рис. 5, є виконання першої задачі одночасно на Project1 та Project2 ресурсом-розробником Svatlana. Також можна побачити, що всі інші ресурси в цей час є вільними. Після призначення першої задачі Project5 ресурсу Mark конфлікт ресурсів на Project1 task1.1 та Project5 task 5.1 було розв'язано (рис. 6).

#### **Висновки**

Обмеження ресурсів відіграють ключову роль у плануванні проектів. Як інтуїтивно представляти відносини між проектом, ресурсом і часом, ефективно оптимізувати обмеженість ресурсів декількох проектів, завдання планування – це основні питання.

З метою вирішення проблеми планування проектів з обмеженими ресурсами (RCPSP), подано тривимірне представлення діаграми Ганта шляхом додавання розмірності ресурсу. Вона може чітко відображати споживання ресурсів кожної діяльності і надавати цінну інформацію щодо ресурсів вузьких місць і розв'язання конфлікту ресурсів.

Отже, навіть не маючи чітко визначеного алгоритму планування, використовуючи тривимірну діаграму Ганта як графічний спосіб вирішення



конфліктів ресурсів, можна створювати гнучкіші графіки проєктів та вільно змінювати відповідно до зміни обмежень проєкту, а саме обмеження ресурсів.

#### Список літератури

1. Діаграма Ганта [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Діаграма\\_Ганта](https://uk.wikipedia.org/wiki/Діаграма_Ганта). – Назва з екрана.
2. Проєктний менеджмент критичного ланцюга [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Проєктний\\_менеджмент\\_критичного\\_ланцюга](https://uk.wikipedia.org/wiki/Проєктний_менеджмент_критичного_ланцюга). – Назва з екрана.
3. Управління проєктами [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [https://www.kdu.edu.ua/new/lekcii/3\\_169.doc](https://www.kdu.edu.ua/new/lekcii/3_169.doc). – Назва з екрана.
4. Jones C. V. The Three-Dimensional Gantt Chart / C. V. Jones // *Operations Research*. – 1988. – No. 36 (6). – P. 891–903. <https://doi.org/10.1287/opre.36.6.891>.
5. Habibi F. Resource-constrained project scheduling problem: Review of past and recent developments / F. Habibi, F. Barzinpour, S. J. Sadjadi // *Journal of Project Management*. – 2018. – No. 3. – P. 55–88. <https://doi.org/10.5267/j.jpm.2018.1.005>.
6. Hartmann S. Project scheduling under limited resources: Models, methods, and applications / S. Hartmann. – Berlin, 2002.
7. Hartmann S. A survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem / S. Hartmann, D. Briskorn // *European Journal of Operational Research*. – 2010. – Vol. 207 (1). – P. 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.11.005>.
8. Wang J. Q. Three-dimensional gantt chart based resource-constrained multiple projects scheduling and critical chain identification / J. Q. Wang, S. F. Zhang, J. Chen, S. Wang, Y. F. Zhang. – 2011 IEEE 18th International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management. – 2011. <https://doi.org/10.1109/icieem.2011.6035465>.

#### References

- Diahrama Hanta. (2018, July 4). Retrieved from [https://uk.wikipedia.org/wiki/Діаграма\\_Ганта](https://uk.wikipedia.org/wiki/Діаграма_Ганта).
- Habibi, F., Barzinpour, F., & Sadjadi, S. J. (2018). Resource-constrained project scheduling problem: Review of past and recent developments. *Journal of Project Management*, 3, 55–88. <https://doi.org/10.5267/j.jpm.2018.1.005>.
- Hartmann, S. (2002). *Project scheduling under limited resources: Models, methods, and applications*. Berlin.
- Hartmann, S., & Briskorn, D. (2010). A survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 207 (1), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.11.005>.
- Jones, C. V. (1988). The Three-Dimensional Gantt Chart. *Operations Research*, 36 (6), 891–903. <https://doi.org/10.1287/opre.36.6.891>.
- Proektnyi menedzhment krytychnoho lantsiuha. (2019, April 28). Retrieved from [https://uk.wikipedia.org/wiki/Проєктний\\_менеджмент\\_критичного\\_ланцюга](https://uk.wikipedia.org/wiki/Проєктний_менеджмент_критичного_ланцюга).
- Upravlinnia proektamy. Retrieved from [https://www.kdu.edu.ua/new/lekcii/3\\_169.doc](https://www.kdu.edu.ua/new/lekcii/3_169.doc).
- Wang, J. Q., Zhang, S. F., Chen, J., Wang, S., & Zhang, Y. F. (2011). Three-dimensional gantt chart based resource-constrained multiple projects scheduling and critical chain identification. *2011 IEEE 18th International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*. <https://doi.org/10.1109/icieem.2011.6035465>.

O. Karaiman, A. Afonin

### THREE-DIMENSIONAL GANTT CHART AS A GRAPHICAL SOLUTION FOR THE RESOURCE-CONSTRAINED PROJECT SCHEDULING PROBLEM

*One of the major challenges in project management is project planning, which is nothing else but a temporary organization of activities. In order to deliver project in the shorter amount of time, a special attention should be paid to the limited resources that are necessary for the accomplishment of the tasks.*

*The first approaches to project planning were developed in the 1950s: the Critical Path Method (CPM), and the Program Evaluation and Review Technique (PERT) basically allow for a temporary project analysis without taking into account any constraints.*

*In the years to come, these early models have been constantly expanding and refined to meet the various requirements that arise in practice. The most significant extension of the study was the integration of resources as a factor for the successful completion of the project are considered in the scope of the resource-constrained project scheduling problem.*

*In order to partially solve and simplify the work with the NP-complete resource-constrained project-scheduling problem (RCPSPP), the three-dimensional Gantt chart is presented by expanding the two-dimensional representation of the classical diagram and by adding the third resource dimension. The Gantt chart can clearly reflect the consumption of resources of each activity and provide valuable information on resources, bottlenecks, and ways to resolve the resource conflicts. The results of using the Gantt chart on several projects show the feasibility of using it to facilitate the perception and management of projects with limited resources.*

**Keywords:** Resource-constrained project scheduling problem, RCPSPP, Gantt chart, project management, critical path method, program evaluation and review technique.

Матеріал надійшов 03.05.2019