УДК 519.85
DOI: 10.18523/2617-3808.2023.6.11-16

Стецюк П. І., Вакуленко Д. В., Ляшко В. І.

ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ ОЦІНОК ВІДНОСНОЇ ВАЖЛИВОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ У МЕТОДІ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ[1]

Розглянуто задачу знаходження та задачу коригування коефіцієнтів у матриці попарних порівнянь для елементів методу аналізу ієрархій, де критерієм є мінімізація індексу узгодженості коефіцієнтів (максимального власного числа обернено-симетричної матриці) за обмежень на відхилення від заданих пріоритетів елементів. Наведено розрахунки оптимальних коефіцієнтів в обох задачах для прикладу Т. Сааті, пов'язаного з дослідженням інтенсивності освітлення та закону оберненого квадрата відстані до джерела освітлення. Розглянуто приклад застосування другої оптимізаційної задачі для формування компонентів мультимедійного психомоделювального середовища для підвищення ефективності реабілітації пацієнтів.

Ключові слова: шкала Сааті, матриця попарних порівнянь, пріоритет елементів, обернено-симетрична матриця, число Фробеніуса, власний вектор.

Вступ

Метод аналізу ієрархій [1], який запропонував американський учений Томас Сааті, є замкненою логічною конструкцією, яка за допомогою ієрархій, пріоритетів і простих математичних правил забезпечує аналіз складних проблем у всьому їх різноманітті. Метод аналізу ієрархій з успіхом використовують для розв'язання практичних задач, і він досить часто приводить до оптимальних відповідей для задач планування, прогнозування та інших [1]. Він також може бути застосований для системного аналізу використання компонентів мультимедійного психомоделювального середовища для підвищення ефективності реабілітації пацієнтів [2].

Метод аналізу ієрархій базується на двох складниках. Перший складник пов'язаний зі шкалою попарних порівнянь для представлення результатів оцінок у кількісному вигляді. При проведенні попарних порівнянь ставлять такі запитання: «Який з елементів є важливішим? Який є найімовірнішим? Який із них є найефективнішим?». Відносну важливість елементів оцінюють у балах від 1 до 9. Якщо за порівняння одного елемента з іншим було отримано одне із зазначених чисел (1–9), то за порівняння цього іншого з першим матимемо обернену величину.

Другим складником методу аналізу ієрархій є встановлення пріоритетів елементів за допомогою матриці їх попарних порівнянь, яка є обернено-симетричною, тобто для її будь-яких коефіцієнтів i та j виконується співвідношення $a_{ji} = 1/a_{ij}$. Якщо $n \times n$-матриця A — обернено-симетрична матриця попарних порівнянь, то для n елементів пріоритет визначають за допомогою λ_A — максимального власного числа матриці A та відповідного йому власного вектора x_A, який задовольняє умові

$$Ax_A = \lambda_A x_A, \quad \sum_{i=1}^{n} (x_A)_i = 1. \tag{1}$$

Для матриць, компоненти якої є невід'ємними, число λ_A називають числом Фробеніуса, а вектор x_A — вектором Фробеніуса. Число λ_A визначає величину $(\lambda_A - n)/(n - 1)$, яку називають індексом узгодженості (ІУ) матриці A. Вважають, що якщо ІУ не перевищує 0,10, то можна бути задоволеним ступенем узгодженості суджень. Значення компонент вектора x_A задають пріоритети відповідних їм елементів, які встановлюють на основі аналізу обернено-симетричної матриці A.

Нижче розглянемо дві оптимізаційні задачі для знаходження та коригування коефіцієнтів у матриці попарних порівнянь для елементів методу аналізу ієрархій, де критерієм є мінімізація індексу узгодженості коефіцієнтів при обмеженнях на відхилення від заданих пріоритетів елементів. Матеріал статті викладено в трьох

[1] Роботу підтримано грантом Національного фонду досліджень України № 2021.01/0136.

розділах. У розділі 1 описано приклад Т. Сааті з дослідженням інтенсивності освітлення та закону оберненого квадрата відстані до джерела освітлення, у розділі 2 — задачу розрахунку оптимальних коефіцієнтів матриці попарних порівнянь для прикладу Т. Сааті, а в розділі 3 — задачу приведення уже наявної матриці попарних порівнянь до матриці попарних порівнянь із кращим індексом узгодженості.

1. Експеримент Сааті щодо закону оберненого квадрата оптики

У книжці Т. Сааті [1, с. 39–40] наведено приклад застосування методу аналізу ієрархій для вивчення закону оберненого квадрата відстані для освітлення чотирьох ідентичних стільців, які розташовані на прямій від джерела світла на відстані 9, 15, 21 та 28 ярдів. Нормалізований вектор пріоритетів для обернених квадратів відстаней до чотирьох стільців $(1/5)^2$, $(1/15)^2$, $(1/21)^2$ та $(1/28)^2$ вважатимемо таким $p_4 = (0{,}61;\ 0{,}22;\ 0{,}11;\ 0{,}06)^{\mathrm{T}}$. Компоненти вектора p_4 отримані за допомогою округлення до двох цифр після коми компонент вектора пріоритетів $\tilde{p}_4 = (0{,}607168;\ 0{,}218581;\ 0{,}111521;\ 0{,}062730)^{\mathrm{T}}$, що задані з точністю до шести цифр після коми.

Метою експерименту було: спробувати порівняти попарно відносну візуальну освітленість стільців, якщо дивитися на них від джерела світла, заповнити матрицю попарних порівнянь освітленості чотирьох стільців та отримати взаємозв’язок між візуальною освітленістю стільців і відстанню від них до джерела світла. Цей експеримент повторювали двічі з різними експертами, матриці попарних порівнянь яких наведено нижче (див. матриці A та B). Експертами для побудови першої матриці (матриця A) були маленькі діти Т. Сааті — 5 і 7 років, які представляли свої якісні судження. Експертом для побудови другої матриці (матриця B) була дружина Т. Сааті, яка не була присутня, коли діти виносили судження.

Результати цих двох експериментів (матриці попарних порівнянь A і B, числа λ_A і λ_B, вектори x_A і x_B, індекси узгодженості матриць ІУ$_A$ і ІУ$_B$) наведені нижче у співвідношеннях (1) та (2).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 & 7 \\ 1/5 & 1 & 4 & 6 \\ 1/6 & 1/4 & 1 & 4 \\ 1/7 & 1/6 & 1/4 & 1 \end{pmatrix},\ \lambda_A = 4{,}39,\ x_A = \begin{pmatrix} 0{,}61 \\ 0{,}24 \\ 0{,}10 \\ 0{,}05 \end{pmatrix}, \quad (1)$$
$$\text{ІУ}_A = 0{,}13,$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 7 \\ 1/4 & 1 & 3 & 4 \\ 1/6 & 1/3 & 1 & 2 \\ 1/7 & 1/4 & 1/2 & 1 \end{pmatrix},\ \lambda_B = 4{,}10,\ x_B = \begin{pmatrix} 0{,}62 \\ 0{,}22 \\ 0{,}10 \\ 0{,}06 \end{pmatrix}, \quad (2)$$
$$\text{ІУ}_B = 0{,}03.$$

Тут числа та вектори Фробеніуса, індекси узгодженості суджень взяті такими, якими вони наведені у книжці Сааті, хоча потрібно зробити застереження щодо першого експерименту, де є невелика неточність у визначенні вектора x_A, враховуючи, що його компоненти представлені з точністю до двох цифр після коми. В дійсності число Фробеніуса λ_A та відповідні йому компоненти вектора x_A приймають такі значення

$$\tilde{\lambda}_A = 4{,}3907,\ \tilde{x}_A = (0{,}618669{,}0;\ 235323;\ 0{,}100934;\ 0{,}045074)^{\mathrm{T}}. \quad (3)$$

У результаті округлення вектора $\tilde{x}_A$ до двох цифр після коми отримуємо вектор $\bar{x}_A = (0{,}62;\ 0{,}22;\ 0{,}11;\ 0{,}06)^{\mathrm{T}}$, сума компонент якого є рівною 1,01. Тому щоб забезпечити суму компонент вектора x_A рівною одиниці, його першу компоненту, рівну 0,62, Т. Сааті зменшив на величину 0,01. Число та вектор Фробеніуса для співвідношення (3) обчислені за допомогою octave-програми frobenius [3]. Її також будемо використовувати для подальших розрахунків, які наведено в розділах 2 та 3.

Якщо порівняти власні вектори для першого та другого випробування з вектором p_4, обчисленим із закону оберненого квадрата оптики, то можна зазначити, що в обох випадках матриці попарних порівнянь відобразили закон природи. Меншою мірою це стосується експерименту (1), де індекс узгодженості матриці ІУ$_A$ = 0,13 є більшим за 0,1, та більшою мірою експерименту (2), де індекс узгодженості ІУ$_B$ = 0,03 є меншим за 0,1.

2. Перша оптимізаційна задача

Розглянемо наступну оптимізаційну задачу. Нехай із точністю до двох знаків після коми задано вектор p_A — вектор пріоритетів елементів методу аналізу ієрархій. Потрібно знайти коефіцієнти матриці попарних порівнянь елементів, де не менші за 1 коефіцієнти є цілими числами в діапазоні від 1 до 9 (шкала Сааті), щоб мінімального значення досягав індекс узгодженості матриці (максимальне власне число обернено-симетричної матриці), а округлені з точністю до двох цифр після коми компоненти вектора пріоритетів матриці були або рівними компонентам вектора p_A, або такими, що допускають незначні відхилення від компонент вектора p_A, наприклад, $|x_A - p_A| \le 0{,}02$ (тобто не більше ніж 2 %).

Результати розв'язання цієї задачі для прикладу Т. Сааті, де відносну важливість елементів оцінюють у балах від 1 до 9, а округлені до двох цифр після коми коефіцієнти вектора x_A збігаються з вектором пріоритетів p_4, відображено в табл. 1. Тут було використано метод повного перебору невідомих коефіцієнтів від 1 до 9, число λ_A та вектор x_A обчислювали за допомогою octave-функції **frobenius** [3], а для округлення чисел після коми було використано стандартну функцію **round**.

Таблиця 1

Відносна важливість елементів у прикладі Т. Сааті, якщо $|x_A - p_4| = 0$

Варіанти / A, λ_A, x_A	#0	#1	#2	#3	#4
A (1, 2)	2,7727	3	3	4	4
A (1, 3)	5,5455	6	7	5	5
A (1, 4)	10,1667	9	7	8	7
A (2, 3)	2,0000	2	2	2	2
A (2, 4)	3,6667	4	4	5	5
A (3, 4)	1,8333	2	2	2	2
λ_A	4,0000	4,0104	4,0501	4,0735	4,0954
x_A (1)	0,61	0,613	0.609	0,614	0,605
x_A (2)	0,22	0,219	0,221	0,216	0,220
x_A (3)	0,11	0,109	0.107	0,112	0,114
x_A (4)	0,06	0,059	0,064	0,057	0,061
ІУ$_A$	0,00	0,003	0,017	0,024	0,024

У таблиці 1 для чотирьох найкращих за індексом узгодженості варіантів наведено наддіагональні коефіцієнти матриці попарних порівнянь $A(1,2)$, $A(1,2)$, ..., $A(3,4)$, які задають відносні показники візуальної освітленості стільців 1, 2, 3 і 4, відповідні їм числа λ_A та вектори пріоритетів x_A. Для варіанта #0 представлено дійсні з точністю до чотирьох цифр після коми коефіцієнти повністю узгодженої матриці A, яка відповідає вектору пріоритетів p_4. Для всіх чотирьох варіантів компоненти векторів x_A наведено з точністю до трьох чисел після коми, що дає змогу оцінити, як відбувалось округлення компонент векторів до двох цифр після коми.

Із таблиці 1 видно, що найкращим за індексом узгодженості є варіант #1, де наддіагональні коефіцієнти матриці попарних порівнянь отримані округленням наддіагональних коефіцієнтів повністю узгодженої матриці для варіанта #0. Йому відповідають такі параметри

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 9 \\ 1/3 & 1 & 2 & 4 \\ 1/6 & 1/2 & 1 & 2 \\ 1/9 & 1/4 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}, \; \lambda_A^* = 4{,}01, \; x_A^* = \begin{pmatrix} 0{,}61 \\ 0{,}22 \\ 0{,}11 \\ 0{,}06 \end{pmatrix}, \quad (4)$$
$$\text{ІУ}_A^* = 0{,}003,$$

звідки видно, що індекс узгодженості матриці є значно меншим за 0,1. Наступними за критерієм після варіанта (4) йдуть варіанти #2, #3 і #4, які мають індекс узгодженості на порядок більший, ніж варіант #1. І хоча для всіх цих варіантів індекси узгодженості менше ніж 0,1, вони містять значні неточності щодо порівняння інтенсивності освітлення у випадках, коли об'єкт перебував дуже близько до джерела світла. Причина цього в тому, що на відносні показники візуальної освітленості сильно впливають неточності визначення абсолютних величин. Невелика помилка в оцінці відстаней до джерела світла дає значну помилку в результатах.

Кращі за індексом узгодженості варіанти матриць попарних порівнянь можна отримати, якщо дозволити компонентам вектора пріоритетів незначно відрізнятися від компонент вектора p_4. Про це свідчать представлені в табл. 2 результати розрахунків, де для всіх варіантів індекси узгодженості рівні 0,003.

Таблиця 2

Результати розрахунків для прикладу Т. Сааті, якщо $|x_A - p_4| \le 0{,}02$

Варіанти / A, λ_A, x_A	#1	#2	#3	#4	#5
A (1, 2)	3	3	3	3	3
A (1, 3)	5	5	6	6	6
A (1, 4)	9	9	9	9	8
A (2, 3)	2	2	2	2	2
A (2, 4)	4	3	4	3	3
A (3, 4)	2	2	2	2	2
λ_A	4,0080	4,0080	4,0104	4,0104	4,0164
x_A (1)	0,60	0,60	0,61	0,62	0,61
x_A (2)	0,22	0,21	0,22	0,21	0,21
x_A (3)	0,12	0,12	0,11	0,11	0,11
x_A (4)	0,06	0,07	0,06	0,06	0,07
ІУ	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003

У таблиці 2 наведено такі самі величини, як і в табл. 1. Тут варіанти #1, #2, #4 і #5 такі, що компоненти вектора пріоритетів для них відрізняються всього на 2 % від ідеальних, які відповідають варіанту #3, який збігається з ідеальним випадком (4). Зауважимо, що малі індекси узгоджень коефіцієнтів матриці забезпечують відсутність значних неточностей щодо порівняння інтенсивності освітлення у випадках, коли об'єкт був дуже близько до джерела світла.

3. Друга оптимізаційна задача

Розглянемо оптимізаційну задачу подібного типу, але для корегування коефіцієнтів уже заданої матриці попарних порівнянь елементів. Тут критерієм буде мінімізація індексу узгодженості коефіцієнтів матриці (максимального власного числа обернено-симетричної матриці) за двох обмежень. Перше обмеження задає максимальне відхилення від заданих пріоритетів елементів, так само, як у першій задачі, а друге обмеження задає границю зверху на сумарне відхилення коефіцієнтів матриці попарних порівнянь від заданих. Результати розв'язання цієї задачі для корегування коефіцієнтів матриці А, яку задано згідно з формулою (1), за двох значень максимальної границі наведено в табл. 3.

Таблиця 3

Скореговані коефіцієнти до матриці А згідно з (1) у прикладі Т. Сааті

Варіанти / A, λ_A, x_A	#0	#1a	#2a	#1b	#2b
A (1, 2)	5	4	4	4	4
A (1, 3)	6	6	6	6	6
A (1, 4)	7	7	7	7	7
A (2, 3)	4	2	3	2	3
A (2, 4)	6	6	5	5	4
A (3, 4)	4	3	3	2	2
λ_A	4,3907	4,1597	4,1793	4,0970	4,1022
x_A (1)	0,62	0,61	0,61	0,62	0,62
x_A (2)	0,24	0,22	0,23	0,22	0,22
x_A (3)	0,10	0,12	0,11	0,11	0,10
x_A (4)	0,05	0,05	0,05	0,06	0,06
ІУ	0,13	0,053	0,060	0,032	0,034

У таблиці 3 наведено по два найкращі за індексом узгодженості матриці варіанти — варіанти #1a і #2a для максимальної границі, рівної 4, та варіанти #1b і #2b для максимальної границі, рівної 6. Тут представлено наддіагональні коефіцієнти матриці попарних порівнянь $A(1,2)$, $A(1,2)$, ..., $A(3,4)$, які задають відносні показники візуальної освітленості стільців 1, 2, 3 і 4, відповідні їм числа λ_A та вектори пріоритетів x_A. Для всіх чотирьох розрахованих варіантів компоненти векторів x_A наведено з точністю до двох цифр після коми. Як варіант #0 тут розглянуто матрицю A, яка відповідає формулі (1), з округленим до двох цифр після коми вектором пріоритетів.

Із таблиці 1 видно, що для всіх чотирьох варіантів індекси узгодженості є меншими за 0,1 та компоненти вектора пріоритетів відрізняються всього на 2 % від ідеальних, які відповідають варіанту #3 із табл. 2. При цьому є невеликі неточності щодо порівняння інтенсивності освітлення у випадках, коли стілець був дуже близько до джерела світла. Зауважимо, що варіант #2b збігається з результатом другого експерименту в прикладі Т. Сааті, заданого згідно з формулою (2). Тому можна вважати, що в результаті розв'язання другої оптимізаційної задачі отримано в прикладі Сааті перехід від гіршого за індексом узгодженості першого експерименту (варіант #0) до кращого за індексом узгодженості другого експерименту (варіант #2b).

За аналогією з такими самими параметрами, як у табл. 3, за допомогою другої оптимізаційної задачі проведено розрахунки для корегування матриці попарних порівнянь, яку побудовано лікарем фізичної реабілітаційної медицини для оцінки важливості чотирьох компонентів (відео, зображення, зони Захар'їна — Геда, концепція У-Сін) мультимедійного середовища за включення їх у реабілітаційну програму [2]. Матриці попарних порівнянь, яка корегувалася, відповідають такі параметри

$$A=\begin{pmatrix}1 & 4 & 3 & 2\\ 1/4 & 1 & 3 & 2\\ 1/3 & 1/3 & 1 & 4\\ 1/2 & 1/2 & 1/4 & 1\end{pmatrix},\ \lambda_A=4,68,\ x_A=\begin{pmatrix}0,47\\0,24\\0,18\\0,11\end{pmatrix}, \qquad (5)$$

$$\text{ІУ}_A=0,23,$$

які наведено як варіант #0 в табл. 4. В табл. 4 наведено результати розв'язання другої оптимізаційної задачі — варіанти #1a і #2a для максимальної границі, рівної 4, та варіанти #1b і #2b для максимальної границі, рівної 6. Із таблиці видно, що для того щоб забезпечити індекс узгодженості матриці меншим за 0,1, потрібно змінити вихідну вагомість компонентів мультимедійного середовища при його розробці, через корегування коефіцієнтів матриці (5).

Таблиця 4

Скореговані коефіцієнти матриці А згідно з (5) для лікаря фізичної реабілітаційної медицини

Варіанти / A, λ_A, x_A	#0	#1a	#2a	#1b	#2b
A (1, 2)	4	2	3	2	2
A (1, 3)	3	3	2	4	4
A (1, 4)	2	4	3	3	3
A (2, 3)	3	2	2	2	2
A (2, 4)	2	2	2	2	2
A (3, 4)	4	2	3	3	4
λ_A	4,6780	4,1241	4,1431	4,2072	4,3145
x_A (1)	0,47	0,46	0,46	0,47	0,047
x_A (2)	0,24	0,25	0.24	0,25	0,24
x_A (3)	0,18	0,18	0,19	0,17	0,19
x_A (4)	0,11	0,10	0,12	0,11	0,10
ІУ	0,226	0,041	0,048	0,069	0,105

Розрахунки для таблиць 3 і 4 було отримано за методом повного перебору невідомих коефіцієнтів від 1 до 9, та відсіву тих варіантів, які не задовольняють заданим обмеженням. Зауважимо, що для розв'язання другої оптимізаційної задачі можна використати метод вектора спаду [5], який має бути значно ефективнішим, ніж метод повного перебору. При цьому околом початкової точки (стартова матриця попарних порівнянь) можна визначити множину таких коефіцієнтів матриці, відстань від яких до початкової матриці відрізняється не більше ніж на границю зверху на сумарне відхилення коефіцієнтів матриці попарних порівнянь від заданих.

Висновки

У статті запропоновано дві оптимізаційні задачі для аналізу коефіцієнтів у матриці попарних порівнянь елементів для методу аналізу ієрархій, де критерієм є мінімізація індексу узгодженості матриці. Перша задача пов'язана зі знаходженням цілих коефіцієнтів у шкалі Сааті за обмежень на незначні відхилення округлених до двох цифр після коми компонент вектора пріоритетів елементів від заданих. Друга задача пов'язана з корегуванням заданих коефіцієнтів матриці попарних порівнянь за границі зверху на сумарне відхилення коефіцієнтів матриці від заданих та умові на відхилення округлених компонентів вектора пріоритетів елементів від заданих компонент.

Наведено розрахунки оптимальних коефіцієнтів в обох оптимізаційних задачах для прикладу Сааті, пов'язаного з дослідженням інтенсивності освітлення та закону оберненого квадрата відстані до джерела освітлення. Розглянуто приклад застосування другої оптимізаційної задачі для формування вагомості компонентів мультимедійного психомоделювального середовища для підвищення ефективності реабілітації пацієнтів.

Список літератури

1. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. — Москва : Радио и связь, 1993. — 278 с.
2. Вакуленко Д. В. Системно-аналітичне обґрунтування застосування мультимедійного середовища для профілактики та реабілітації різних захворювань / Д. В. Вакуленко // Медична інформатика та інженерія. — 2015. — № 1. — С. 89–96.
3. Стецюк П. И. О спектральных свойствах матриц Леонтьева / П. И. Стецюк // Статистика. Моделирование. Оптимизация : сборник трудов Всероссийской конференции (Челябинск, 28 ноября — 3 декабря 2011 г.). — Челябинск : Издательский центр ЮУрГУ, 2011. — С. 173–178.
4. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации / И. В. Сергиенко. — Киев : Наукова думка, 1988. — 471 с.

References

Saati, T. (1993). *Prinyatie reshenii. Metod analiza ierarkhii*. Radio i svyaz [in Russian].

Sergienko, I. V. (1988). *Matematicheskie modeli i metodi resheniya zadach diskretnoi optimizatsii*. Naukova dumka [in Russian].

Stetsyuk, P. I. (2011). O spektralnikh svoistvakh matrits Leonteva. In *Statistika. Modelirovanie. Optimizatsiya: sbornik trudov Vserossiiskoi konferentsii (Chelyabinsk, 28 noyabrya — 3 dekabrya 2011 g.)* (pp. 173–178). Izdatelskii tsentr YuUrGU [in Russian].

Vakulenko, D. V. (2015). Systemno-analitychne obgruntuvannia zastosuvannia multymediinoho seredovyshcha dlia profilaktyky ta reabilitatsii riznykh zakhvoriuvan. *Medychna informatyka ta inzheneriia*, *2*, 89–96 [in Ukrainian].

P. Stetsyuk, D. Vakulenko, V. Lyashko

OPTIMIZATION PROBLEMS FOR ASSESSING THE RELATIVE IMPORTANCE OF ELEMENTS IN THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Analytic hierarchy process (AHP) was proposed by American scientist Thomas Saati. It is a closed logical structure that, with the help of hierarchies, priorities and simple mathematical rules, provides analysis of complex problems in all their diversity. Analytic hierarchy process is successfully used for solving practical problems and quite often leads to optimal answers for planning, forecasting and other problems. It can also be applied to system analysis of the using multimedia factors for increasing the effectiveness of patients' rehabilitation at various stages of disease.

The article proposes two optimization problems for coefficients analysis in the matrix of pairwise comparisons of elements for analytic hierarchy process, with criterion is minimization of the matrix consistency index. The first problem is related to finding integer coefficients in the scale of T. Saati subject to insignificance of components deviations of the vector of priorities of elements rounded to two digits from the given *ones. The second problem is related to correction of the specified pairwise comparisons matrix coefficients subject to upper bound on total deviation of the matrix coefficients from the specified ones and subject to deviation of the rounded components of the element priorities vector from the specified components.*

Calculations of the optimal coefficients in both optimization problems for the example of T. Saati related to study of lighting intensity and the law of the inverse square of the distance to the light source are given. An example of the second optimization problem application for correcting matrix of pairwise comparisons, which was built by a rehabilitation doctor to assess the importance of four elements of the multimedia environment when including them in the rehabilitation program, is considered.

The material of the article is presented in three sections. Section 1 describes T. Saati's example from the study of light intensity and the law of the inverse square of the distance to the light source. Section 2 describes the first optimization problem and provides calculations of the optimal coefficients for the pairwise comparisons matrix for the example of T. Saati. Section 3 describes the second optimization problem and gives examples of its application to bring the already existing pairwise comparisons matrix to the pairwise comparisons matrix with better consistency index both for the experiment of T. Saati and for the analysis of using of multimedia factors for improving efficiency of patients' rehabilitation.

Keywords: Saati's scale, matrix of pairwise comparisons, priority of elements, inverse-symmetric matrix, Frobenius number, eigenvector.

Матеріал надійшов 15.07.2023